

Anwendung eines baroklinen, adiaba-
tischen Modells der Atmosphäre zur
Untersuchung der spektralen Energetik
mit Hilfe der numerischen Filteranalyse

Inaugural - Dissertation
zur Erlangung der Doktorwürde
des Fachbereichs 24
der Freien Universität Berlin

vorgelegt von
Hans-Joachim Lange
aus Berlin

Berlin 1976

Anwendung eines barometrischen, adiabatischen Modells der Atmosphäre zur Untersuchung der spektralen Energie mit Hilfe der numerischen Filteranalyse

Digitized by the Internet Archive
in 2026

Erhalten durch die
Zentralbibliothek der
Universität Bonn

Abgekauft von

Hans-Joachim Löffel

am 1.10.1978

Bonn 1978

Anwendung eines baroklinen, adiabatischen Modells der Atmosphäre zur Untersuchung der spektralen Energetik mit Hilfe der numerischen Filteranalyse

Inaugural - Dissertation
zur Erlangung der Doktorwürde
des Fachbereichs 24
der Freien Universität Berlin

vorgelegt von
Hans-Joachim Lange
aus Berlin

Berlin 1976



1. Gutachter: Prof. Dr. H. Fortak
2. Gutachter: Prof. Dr. F. Defant

Tag der mündlichen Prüfung: 23.4.1976

INHALT

	Seite
SYMBOLTAFEL	3
1. EINLEITUNG UND INHALTSÜBERSICHT	7
2. DIE ENERGIEGLEICHUNGEN	11
2.1 Die Haushaltsgleichung der kinetischen Energie	11
2.2 Die großturbulente Aufspaltung der Haushaltsgleichung der kinetischen Energie	13
2.3 Die verfügbare potentielle Energie nach Lorenz	17
2.4 Die Haushaltsgleichung der verfügbaren potentiellen Energie	19
2.5 Die großturbulente Aufspaltung der Haushaltsgleichung der verfügbaren potentiellen Energie	20
2.6 Zusammenfassung und Übersicht	25
3. NUMERISCHE FILTER	29
3.1 Zur Theorie eindimensionaler numerischer Filter	29
3.2 Zur Theorie zweidimensionaler numerischer Filter	34
3.3 Zur praktischen Berechnung der numerischen Filter	40
4. DIE DURCHFÜHRUNG DER DIAGNOSE ENERGETISCHER FELDER	45
4.1 Übersicht	45
4.2 Die Aufbereitung der Ausgangsfelder	45
4.3 Die Durchführung der numerischen Filterung	56
4.4 Die Berechnung der energetischen Größen	66
5. ERGEBNISSE	69
5.1 Die synoptische Situation am 18.12.1971 06 GMT im Bilde der Routine- und Modellfelder	69
5.2 Der Lorenzsche Energiezyklus	83
5.21 Die großturbulente Aufspaltung der Grundfelder	83
5.22 Die verfügbare potentielle Energie (a , a_E , a_Z)	90
5.23 Die kinetische Energie (k , k_E , k_Z)	96
5.24 Die Energieumwandlungen (c , c_E , c_Z)	100
5.25 Die Energietransfers (t_A , t_K)	107

5.3	Die filteranalytischen energetischen Felder	114
5.31	Die filteranalytische Aufspaltung der Schwankungsfelder	114
5.32	Allgemeine Diskussion der filteranalytischen Energiereservoirs (a_E , k_E)	119
5.33	Allgemeine Diskussion der filteranalytischen Energieumwandlungen (c_E)	131
5.34	Allgemeine Diskussion der filteranalytischen Energietransfers (t_A , t_K)	139
5.4	Zur Energetik einiger meteorologischer Einzelphänomene	150
5.5	Zur zeitlichen Entwicklung bis zum 19.12.1971 00 GMT	155
6.	KRITIK UND AUSBLICK	162
	VERZEICHNIS DER ABBILDUNGEN	167
	LITERATURVERZEICHNIS	170

SYMBOLTAFEL

A_E, A_Z, A	Reservoir der verfügbaren potentiellen Energie im großturbulenten Scale (A_E), im zonalen Scale (A_Z), insgesamt (A)
a_E, a_Z, a	Beitrag des durch Flächen- und Schichtdickeneinheit charakterisierten Teilvolumens zum Reservoir von verfügbarer potentieller Energie im großturbulenten Scale (a_E), im zonalen Scale (a_Z), insgesamt (a)
a_E^+, a_Z^+, a^+	Beitrag der Masseneinheit zum Reservoir von verfügbarer potentieller Energie im großturbulenten Scale (a_E^+), im zonalen Scale (a_Z^+), insgesamt (a^+)
α	spezifisches Volumen, $\alpha = 1/\rho$
c_E, c_Z, c	Beitrag des durch Flächen- und Schichtdickeneinheit charakterisierten Teilvolumens zur Umwandlung zwischen kinetischer und verfügbarer potentieller Energie im großturbulenten Scale (c_E), im zonalen Scale (c_Z), insgesamt (c) (positive Werte bedeuten Gewinn von verfügbarer potentieller und Verlust von kinetischer Energie)
c_p	spezifische Wärme bei konstantem Druck
d_E, d_Z, d	Beitrag des durch Flächen- und Schichtdickeneinheit charakterisierten Teilvolumens zur Dissipation von kinetischer Energie durch Reibung im großturbulenten Scale (d_E), im zonalen Scale (d_Z), insgesamt (d)
$dM = \rho d\tau$	Massenelement
$d\tau$	Volumenelement
δ	Diracsche Deltafunktion
E	gesamte Enthalpie der Atmosphäre
F, dF	Fläche der Kugelschale mit Radius $r+z$, $F = 4\pi(r+z)^2$; Flächenelement $dF = (r+z)^2 d\lambda \cos \phi d\phi$
f	Coriolisparameter
Φ	Schwerepotential
ϕ	geographische Breite
G, g, Γ, γ	Ortscharakteristiken (Gewichtsfunktionen, Gewichtsfaktoren) eines Filters
g	aus Gewichtsfaktoren gebildeter formaler Vektor
g	Schwerebeschleunigung

g	Gitterabstand
g_E, g_Z, g	Beitrag des durch Flächen- und Schichtdickeneinheit charakterisierten Teilvolumens zur diabatischen Erzeugung von verfügbarer potentieller Energie im großturbulenten Scale (g_E), im zonalen Scale (g_Z), insgesamt (g)
γ	mittleres statisches Stabilitätsmaß, $\gamma = -R/p(\partial \bar{T}/\partial p - \kappa \bar{T}/p)$
H	Frequenzcharakteristiken (Dämpfungsfunktionen, (Amplituden-) Dämpfungsfaktoren) eines Filters
$\bar{H}$	Richtungsmittel von zweidimensionalen, näherungsweise isotropen Dämpfungsfunktionen
h	aus Dämpfungsfaktoren gebildeter formaler Vektor
K_E, K_Z, K	Reservoir der kinetischen Energie im großturbulenten Scale (K_E), im zonalen Scale (K_Z), insgesamt (K)
k_E, k_Z, k	Beitrag des durch Flächen- und Schichtdickeneinheit charakterisierten Teilvolumens zum Reservoir von kinetischer Energie im großturbulenten Scale (k_E), im zonalen Scale (k_Z), insgesamt (k)
k_E^+, k_Z^+, k^+	Beitrag der Masseneinheit zum Reservoir von kinetischer Energie im großturbulenten Scale (k_E^+), im zonalen Scale (k_Z^+), insgesamt (k^+)
k, k_v	Wellenzahl im Intervall der Länge 2π
κ	Quotient R/c_p
L	Ordnung der Frequenzcharakteristik eines numerischen Filters (Für den eindimensionalen Filter werden $L+1$, für den zweidimensionalen $2L$ Dämpfungsfaktoren vorgegeben, die jedoch im Falle $L+1 > N+1$ bzw. $2L > (N+1)(N+2)/2-1$ nur approximativ realisiert werden können.)
L_x	linearer Operator auf eine x -abhängige Funktion
λ	Wellenlänge
λ	geographische Breite
M	Transformationsmatrix zwischen den aus Gewichts- bzw. Dämpfungsfaktoren gebildeten Vektoren g und h
m	Maßstabsfaktor der stereographischen Projektion
N	Ordnung der Ortscharakteristik eines numerischen Filters (Ein eindimensionaler Filter besteht aus $2N+1$, ein zweidimensionaler aus $(2N+1)^2$ Gewichtungsfaktoren.)

w	generalisierte Vertikalgeschwindigkeit im p - System, $w = dp/dt$
p, p_0, p_{00}	Druck, Bodendruck, 1000 mb
Q	diabatischer Wärmegewinn der Masseneinheit
P	Gaskonstante für 1 Gramm Luft
r	Erdradius
r_h	horizontale Reibungsbeschleunigung
r	Fehlervektor des aus den Dämpfungsfaktoren gebildeten Vektors h der Frequenzcharakteristik eines Filters
ρ	Dichte
σ	Quotient p/p_0
T	absolute Temperatur
t_A, t_K	Beitrag des durch Flächen- und Schichtdickeneinheit charakterisierten Teilvolumens zum Transfer zwischen zonaler und großturbulenter verfügbarer potentieller Energie (t_A), kinetischer Energie (t_K) (positive Werte bedeuten Gewinn im zonalen Scale und Verlust im großturbulenten Scale)
θ	potentielle Temperatur, $\theta = T(p_{00}/p)^K$
v_x, v_y	Zonal-, Meridional Komponente des Windes (positive Werte nach Osten, Norden gerichtet)
v_z, v_r	Kartesische Komponenten des Windes (positive Werte nach unten bzw. nach rechts in der stereographischen Ebene gerichtet)
v_h	horizontaler Windvektor
z	Höhe über NN

Weitere Symbole:

∇_h Differentialoperator $i \partial/\partial x + j \partial/\partial y$

$\bar{x}$	Zonalmittelwert einer Feldgröße auf einer Druckfläche
$\overline{x}$	Flächenmittelwert einer Feldgröße auf einer Druckfläche
x'	Schwankung $x' = x - \bar{x}$
x''	Schwankung $x'' = x - \overline{x}$
$\overline{x''}$	Schwankung $\overline{x''} = \overline{x''} = \overline{x} - \overline{\overline{x}}$

I	Spektralband der Wellenlängen	$\lambda < 2600 \text{ km}$
II	Spektralband der Wellenlängen	$2600 \text{ km} < \lambda < 5000 \text{ km}$
III	Spektralband der Wellenlängen	$5000 \text{ km} < \lambda < 7500 \text{ km}$
IV	Spektralband der Wellenlängen	$\lambda > 7500 \text{ km}$
I + II	Spektralband der Wellenlängen	$\lambda < 5000 \text{ km}$
III + IV	Spektralband der Wellenlängen	$\lambda > 5000 \text{ km}$

1. EINLEITUNG UND INHALTSÜBERSICHT

Das Konzept der verfügbaren potentiellen Energie nach MARGULES (1903) und LORENZ (1955) hat sich gut bewährt zur Beschreibung der energetischen Prozesse, welche mit den vielseitigen Bewegungsvorgängen in der Atmosphäre verbunden sind. Dieses Konzept stützt sich auf die Haushaltsgleichungen für die kinetische und für die verfügbare potentielle Energie, welche einerseits aus den zonal gemittelten Grundfeldern gewonnen werden und andererseits aus den Abweichungen der Grundfelder von den Zonalmittelwerten, den sogenannten großturbulenten Schwankungen. Kapitel 2 dieser Arbeit enthält eine Herleitung dieser vier Haushaltsgleichungen.

Räumliche und zeitliche Mittelwerte der einzelnen Terme dieser Haushaltsgleichungen sind oft berechnet worden. Die Ergebnisse solcher Arbeiten haben z.B. OORT (1964) und DUTTON und JOHNSON (1967) in Übersichtsarbeiten zusammengestellt. Die Berechnung dieser räumlichen und zeitlichen Mittelwerte hat das Verständnis der energetischen Prozesse außerordentlich vertieft, welche mit der allgemeinen atmosphärischen Zirkulation verknüpft sind. Einen tieferen Einblick in das tägliche synoptische Geschehen kann man auf diese Weise jedoch nicht gewinnen, weil sich bei der Mittelbildung viele synoptische Einzelheiten kompensieren. Um den Zusammenhang zwischen den klassischen synoptischen Feldern und den energetischen Prozessen aufzudecken, müssen die Terme der energetischen Haushaltsgleichungen zeitlich und räumlich detailliert dargestellt werden.

Eine solche detaillierte Untersuchung der Energetik ist erstmals durchgeführt worden im Zusammenhang mit der Hamburger Sturmflutwetterlage vom Februar 1962 (SPETH (1969), FECHNER (1970), DEFANT, FECHNER und SPETH (1972)). Diese Berechnungen basieren auf der Grundlage von Handanalysen. Es hat sich gezeigt, daß die Aufbereitung der Grundfelder extrem sorgfältig sein muß und daß sie nur von sehr erfahrenen Meteorologen durchgeführt werden kann. Auch der quantitative Arbeitsaufwand ist sehr groß gewesen, obwohl "nur" das Teilgebiet 40N - 75N und 60W - 30E analysiert worden ist.

Wesentliche Ergebnisse einer solchen Untersuchung aus Handanalysen kann man auch erhalten, wenn man die routinemäßig anfallenden numerischen Felder des baroklinen Modells des Deutschen Wetterdienstes als Ausgangsgrößen verwendet (LANGE (1975)). Gegenüber den empirisch gewonnenen Daten haben die Modelldaten Vor- und Nachteile. Die Nachteile liegen hauptsächlich in der geringeren horizontalen und vertikalen Auflösung sowie in der Tatsache, daß es sich um ein adiabatisches Modell handelt. Somit können die diabatischen Terme der energetischen Haushaltsgleichungen nicht berechnet werden. Ein wesentlicher Vorteil der Modelldaten besteht darin, daß sie auf der ganzen Nordhalbkugel bis etwa 10N vorliegen. Die energetischen Größen hängen ab vom Zustand der gesamten Atmosphäre und nicht nur vom Zustand der Atmosphäre in einem Teilgebiet. Die Unterschiede in den Ergebnissen bei Verwendung des Teilgebietes 40N - 75N, 60W - 30E einerseits und der Nordhemisphäre andererseits sind von LANGE (1975) diskutiert worden. Die Aufbereitung der Modelldaten für die energetischen Berechnungen wird in Kapitel 4 dieser Arbeit beschrieben.

Eine gewisse Schwäche im Lorenzschen Konzept der verfügbaren potentiellen Energie liegt darin, daß die großturbulenten energetischen Größen den Einfluß aller Scales enthalten. Es wird kein Unterschied gemacht, ob die Abweichungen der Grundfelder vom Zonalmittelwert durch ultralange planetarische Wellen verursacht werden oder durch Strukturen, die im verwendeten Gitter gerade noch aufgelöst werden können.

Kritik an diesem Konzept haben daher auch RIEHL und FULTZ (1957), (1958) geübt. Sie haben die Strahlstromstruktur aus den großturbulenten energetischen Größen eliminiert, auch wenn der Strahlstrom nicht breitenkreisparallel lag und so Abweichungen vom Zonalmittelwert verursachte. Methodisch wurde das dadurch erreicht, daß die Mittelwerte nicht auf Breitenkreisen, sondern auf den zeitabhängigen Strahlstromachsen selbst gebildet wurden.

Eine andere Möglichkeit, Strukturen des planetarischen Scales zu eliminieren, beruht darauf, zwar die konventionellen Zonalmittelwerte auf Breitenkreisen zu bilden, auf das Schwankungsfeld jedoch einen Hoch-

paßfilter anzuwenden, welcher nur die gewünschten kleineren Strukturen hindurchläßt. Welcher Scalebereich eliminiert werden soll, kann leicht durch die Auswahl der Grenzfrequenz des Filters gesteuert werden. Berechnet man aus den so gefilterten Schwankungsfeldern in konventioneller Weise die großturbulenten energetischen Größen, so hat man je nach Art des vorher verwendeten Filters eine spektrale Detaillierung erreicht. Das Verfahren ist jedoch noch vielseitiger, denn verwendet man die gleichen Filter nicht als Hochpaß, sondern als Tiefpaß, so eliminiert man die kurzen Wellen und Wirbel, und die anschließend berechneten großturbulenten energetischen Größen beschreiben ausschließlich die Energetik der planetarischen Wellen. Schließlich lassen sich aus Filtern mit verschiedenen Grenzfrequenzen Bandpässe konstruieren, mit denen man bestimmte Spektralbereiche gezielt energetisch untersuchen kann.

Auf diesem Grundgedanken basiert die vorliegende Arbeit. Es handelt sich hierbei um eine spezielle Anwendung des von FORTAK (1968a),(1968b) in großer Allgemeinheit entwickelten Konzeptes der Filteranalyse auf die Ausgangsfelder des Lorenzschen Energiezyklus. Verwendet werden numerische Filter, welche von BLECK (1965) konstruiert worden sind. Kapitel 3 dieser Arbeit enthält eine Darstellung der theoretischen Hintergründe dieser Filterkonstruktion.

Eine andere Methode, bestimmte Scales energetisch zu untersuchen, beruht auf der von SALTZMAN (1957),(1970) entwickelten und angewendeten eindimensionalen Spektralanalyse auf Breitenkreisen. Saltzman hat Wellenzahlen auf Breitenkreisen energetisch getrennt. Nun ist aber die Wellenzahl auf einem Breitenkreis kein eindeutiges Maß für den Scale. Zum Beispiel entspricht die Wellenzahl 8 in 70N einer Wellenlänge von etwa 1700 km, in 30N dagegen einer Wellenlänge von etwa 4300 km, und beide werden spektral gleich behandelt. Andererseits wird eine atmosphärische Struktur mit einer charakteristischen Wellenlänge um 3000 km in 25N der Wellenzahl 12 zugeordnet, in 70N dagegen der Wellenzahl 5. Einen genaueren Aufschluß hierüber gibt die folgende Tabelle.

Breite ($^{\circ}\text{N}$)	----- Wellenlänge (in km) der Wellenzahl -----						
	2	4	6	8	10	12	14
10	19711	9856	6570	4928	3942	3285	2816
20	18808	9404	6269	4702	3762	3135	2687
30	17334	8667	5778	4333	3467	2889	2476
40	15333	7666	5111	3833	3067	2555	2190
50	12866	6433	4289	3216	2573	2144	1838
60	10008	5004	3336	2502	2002	1668	1430
70	6846	3423	2282	1711	1369	1141	978
80	3476	1738	1159	869	695	579	497

Ein weiterer Nachteil der eindimensionalen Spektralanalyse liegt darin, daß zu kleine Wellen vorgetäuscht werden, wenn die Strömungsmuster nicht symmetrisch auf dem Breitenkreis verteilt sind oder wenn die Achsen der Wellen gegenüber der meridionalen Richtung geneigt sind (REITER(1969)).

Alle diese Nachteile hat die Methode der Filteranalyse nicht, da die verwendeten Filter zweidimensional und nahezu richtungsunabhängig sind. Wie in Kapitel 4 noch näher beschrieben wird, ergibt sich jedoch ebenfalls eine gewisse Breitenabhängigkeit der Scale - Definition, sie ist aber wesentlich geringer als bei Saltzman. Sie liegt auch nicht an der Methode der Filteranalyse selbst, sondern sie hängt damit zusammen, daß der Maßstabsfaktor der stereographischen Projektion von der Breite abhängt.

Trotz der geschilderten Nachteile hat die Saltzmansche Methode dazu beigetragen, das Verständnis der Energetik der allgemeinen atmosphärischen Zirkulation zu erweitern. LANGE (1974) hat jedoch ausführlich begründet, daß diese Methode ungeeignet ist zum Studium der energetischen Prozesse, die mit dem täglichen synoptischen Geschehen verknüpft sind.

Nach der Diskussion der Ergebnisse in Kapitel 5 wird in Kapitel 6 der Vorschlag gemacht, das hier verwendete Konzept der "Spektralbandaufspaltung der Lorenzischen großturbulenten Energie" auszubauen zu einer "spektralen verfügbaren potentiellen Energie".

2. DIE ENERGIEGLEICHUNGEN

2.1 Die Haushaltsgleichung der kinetischen Energie

Das großräumige Feld der spezifischen kinetischen Energie der Atmosphäre ist in guter Näherung gegeben durch

$$(1) \quad k^+ = \frac{1}{2} v_h^2$$

Die gesamte kinetische Energie der Atmosphäre ist daher

$$(2) \quad K = \iint_{\text{Atm}} k^+ dM$$

Durch skalare Multiplikation der Bewegungsgleichung im p-System

$$\frac{\partial \mathbf{v}_h}{\partial t} = -\mathbf{v}_h \cdot \nabla_h \mathbf{v}_h - \omega \frac{\partial \mathbf{v}_h}{\partial p} - f \mathbf{k} \times \mathbf{v}_h - \nabla_h \phi + \mathbf{r}_h$$

mit $\mathbf{v}_h$ folgt

$$\frac{\partial k^+}{\partial t} = -\mathbf{v}_h \cdot \nabla_h k^+ - \omega \frac{\partial k^+}{\partial p} - \mathbf{v}_h \cdot \nabla_h \phi + \mathbf{v}_h \cdot \mathbf{r}_h$$

oder unter Verwendung der Kontinuitätsgleichung $\nabla_h \cdot \mathbf{v}_h + \partial \omega / \partial p = 0$ und der statischen Grundgleichung $\partial \phi / \partial p = -\alpha$

$$(3) \quad \frac{\partial k^+}{\partial t} = -\mathbf{v}_h \cdot \mathbf{v}_h k^+ - \frac{\partial}{\partial p} \omega k^+ - \nabla_h \cdot \mathbf{v}_h \phi - \frac{\partial}{\partial p} \omega \phi - \omega \alpha + \mathbf{v}_h \cdot \mathbf{r}_h$$

Die Fläche einer Kugelschale, die sich in der Höhe z über der Erdoberfläche, d.h. im Abstand $r+z$ vom Erdmittelpunkt befindet, ist $F = 4\pi(r+z)^2$. Das Flächenelement ist durch $dF = (r+z)^2 d\lambda \cos \phi d\phi$ gegeben. Damit wird der Flächenmittelwert einer Größe X

$$(4) \quad \bar{X} = \frac{1}{F} \iint_{(\lambda, \phi)} X dF = \frac{1}{4\pi} \int_{\phi=-\pi/2}^{\pi/2} \int_{\lambda=0}^{2\pi} X d\lambda \cos \phi d\phi$$

denn $(r+z)^2$ kürzt sich heraus. Man kann den Flächenmittelwert auffassen als den Meridionalmittelwert über Zonalmittelwerte:

$$\overline{X} = \frac{1}{2} \int_{\phi=-\pi/2}^{\pi/2} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{\lambda=0}^{2\pi} X \, d\lambda \right] \cos\phi \, d\phi$$

oder

$$(5) \quad \overline{X} = \frac{1}{2} \int_{\phi=-\pi/2}^{\pi/2} \overline{X} \cos\phi \, d\phi \quad \text{mit}$$

$$(6) \quad \overline{X} = \frac{1}{2\pi} \int_{\lambda=0}^{2\pi} X \, d\lambda$$

Wegen $dM = \rho \, d\tau = \rho \, dF \, dz$ lautet (2) ausführlich

$$\begin{aligned} K &= \int_{\text{Atm}} \int \int k^+_{\rho} \, d\tau = \int_{z=0}^{\infty} \int_{\phi=-\pi/2}^{\pi/2} \int_{\lambda=0}^{2\pi} k^+_{\rho} (r+z)^2 \, d\lambda \cos\phi \, d\phi \, dz \\ &= \int_{z=0}^{\infty} 4\pi (r+z)^2 \overline{k^+_{\rho}} \, dz \end{aligned}$$

Für die Kugelschalen, auf denen die kinetische Energie nichtverschwindende Beiträge zum Vertikalintegral liefert, gilt $z \ll r$, so daß in guter Approximation gesetzt werden kann

$$K = F \int_{z=0}^{\infty} \overline{k^+_{\rho}} \, dz$$

Führt man mit Hilfe der hydrostatischen Näherung $\rho \, dz = -dp/g$ den Druck als Vertikalkoordinate ein, so ist die untere Grenze der Vertikalintegration (d.h. der Bodendruck) von λ und ϕ abhängig. (Die untere Grenze wäre auch im z -System von λ und ϕ abhängig, wenn man die Orographie berücksichtigen würde). Damit folgt

$$K = \int \int \int_{(\lambda, \phi)}^0 \overline{k^+_{\rho}}(\lambda, \phi) \left(-\frac{dp}{g}\right) \, dF$$

Die Integrationsreihenfolge darf hier nicht vertauscht werden. Dennoch läßt sich auch hier das Volumenintegral als Vertikalintegral über Flächenmittel ausdrücken, wenn man den mittleren Bodendruck als untere Integrationsgrenze wählt:

$$(7) \quad K = \int \int \int_{\text{Atm}} k^+ \, dM = F \int_0^{\overline{p_0}} \overline{k^+} \frac{dp}{g}$$

Bei der horizontalen Mittelung von (3) verschwinden die Horizontaldivergenzen, bei Vertikalintegration die Vertikaldivergenzen. Daher folgt

$$(8) \quad \frac{\partial K}{\partial t} = - \iiint_{Atm} \omega \alpha \, dM + \iiint_{Atm} \mathbf{v}_h \cdot \mathbf{r}_h \, dM$$

oder

$$(9) \quad \frac{1}{F} \frac{\partial K}{\partial t} = - \int_0^{\bar{p}_0} \overline{\omega \alpha} \frac{dp}{g} + \int_0^{\bar{p}_0} \overline{\mathbf{v}_h \cdot \mathbf{r}_h} \frac{dp}{g}$$

2.2 Die großturbulente Aufspaltung der Haushaltsgleichung der kinetischen Energie

Die zonale und die großturbulente kinetische Energie wird definiert durch die Gleichungen

$$(10) \quad k_Z^+ = \frac{\overline{\mathbf{v}_h}^2}{2} \quad ; \quad k_E^+ = \frac{\overline{\mathbf{v}_h'}^2}{2}$$

beziehungsweise

$$(11) \quad K_Z = \iiint_{Atm} k_Z^+ dM = \int_0^{\bar{p}_0} \overline{k_Z^+} \frac{dp}{g} \quad ; \quad K_E = \iiint_{Atm} k_E^+ dM = \int_0^{\bar{p}_0} \overline{k_E^+} \frac{dp}{g}$$

Die zonale kinetische Energie wird also definiert als die kinetische Energie der zonal gemittelten Bewegung und nicht als die zonal gemittelte kinetische Energie. Entsprechendes gilt für die großturbulente kinetische Energie. Es ist daher $k^+ \neq k_Z^+ + k_E^+$, jedoch gelten die Beziehungen

$$(12) \quad \overline{k^+} = \overline{k_Z^+ + k_E^+} \quad ; \quad \overline{k^+} = \overline{k_Z^+} + \overline{k_E^+} \quad ; \quad K = K_Z + K_E$$

Eine Haushaltsgleichung für die zonale kinetische Energie erhält man durch skalare Multiplikation der gemittelten Bewegungsgleichung

$$\frac{\partial \overline{\mathbf{v}_h}}{\partial t} = - \overline{\mathbf{v}_h \cdot \nabla_h \mathbf{v}_h} - \overline{\omega \frac{\partial \mathbf{v}_h}{\partial p}} - f \mathbf{k} \times \overline{\mathbf{v}_h} - \overline{\nabla_h \phi} + \overline{\mathbf{r}_h}$$

mit $\overline{\mathbf{v}_h}$:

$$(13) \quad \frac{\partial k_Z^+}{\partial t} = - \overline{\mathbf{v}_h \cdot \nabla_h \cdot \mathbf{v}_h \mathbf{v}_h} - \overline{\mathbf{v}_h \cdot \omega \frac{\partial \mathbf{v}_h}{\partial p}} - \overline{\mathbf{v}_h \cdot \nabla_h \phi} + \overline{\mathbf{v}_h \cdot \mathbf{r}_h}$$

Nun gilt

$$\begin{aligned}\overline{v_h \cdot v_h \cdot \nabla_h v_h} &= \overline{v_h \cdot v_h \cdot \nabla_h v_h} + \overline{v_h \cdot v_h \cdot \nabla_h v_h} \\ &= \overline{v_h \cdot \nabla_h k_Z^+} + \overline{v_h \cdot \nabla_h (v_h \cdot \overline{v_h})} - \overline{v_h \cdot (\nabla_h \overline{v_h}) \cdot v_h} \\ \overline{v_h \cdot \omega \frac{\partial v_h}{\partial p}} &= \overline{v_h \cdot \omega \frac{\partial v_h}{\partial p}} + \overline{v_h \cdot \omega \frac{\partial v_h}{\partial p}} \\ &= \overline{\omega \frac{\partial k_Z^+}{\partial p}} + \overline{\omega \frac{\partial (v_h \cdot \overline{v_h})}{\partial p}} - \overline{\omega \frac{\partial v_h \cdot v_h}{\partial p}}\end{aligned}$$

Einsetzen dieser Beziehungen in (13) und Addition des verschwindenden Termes $-\overline{\omega \frac{\partial \overline{\omega}}{\partial p}} - \overline{\omega \overline{\alpha}}$ ergibt

$$\begin{aligned}\frac{\partial k_Z^+}{\partial t} &= -\overline{v_h \cdot \nabla_h (k_Z^+ + \overline{\phi})} - \overline{\omega \frac{\partial}{\partial p} (k_Z^+ + \overline{\phi})} - \overline{v_h \cdot \nabla_h (v_h \cdot \overline{v_h})} - \overline{\omega \frac{\partial}{\partial p} (v_h \cdot \overline{v_h})} \\ &\quad - \overline{\omega \overline{\alpha}} + \overline{v_h \cdot \overline{v_h}} + \overline{v_h \cdot \nabla_h \overline{v_h}} \cdot v_h + \overline{\omega \frac{\partial v_h \cdot v_h}{\partial p}}\end{aligned}$$

Die ersten vier Terme werden mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung in der Form $\nabla_h \cdot \overline{v_h} + \partial \overline{\omega} / \partial p = 0$ bzw. $\nabla_h \cdot \overline{v_h} + \partial \overline{\omega} / \partial p = 0$ auf Divergenzform gebracht:

$$\begin{aligned}\frac{\partial k_Z^+}{\partial t} &= -\nabla_h \cdot \{ \overline{v_h} (k_Z^+ + \overline{\phi}) \} - \frac{\partial}{\partial p} \{ \overline{\omega} (k_Z^+ + \overline{\phi}) \} \\ (14) \quad & - \nabla_h \cdot \{ \overline{v_h} (v_h \cdot \overline{v_h}) \} - \frac{\partial}{\partial p} \{ \overline{\omega} (v_h \cdot \overline{v_h}) \} \\ & - \overline{\omega \overline{\alpha}} + \overline{v_h \cdot \overline{v_h}} + \overline{v_h \cdot \nabla_h \overline{v_h}} \cdot v_h + \overline{v_h \cdot \omega \frac{\partial v_h}{\partial p}}\end{aligned}$$

Eine gebräuchlichere Schreibweise der Divergenzterme (MUENCH (1965)) erhält man durch eine Umrechnung mit Hilfe der Beziehung für einen Vektor x

$$\begin{aligned}\overline{x \cdot x} &= \overline{x \cdot x} + \overline{x \cdot x} + \overline{x \cdot x} + \overline{x \cdot x} + \overline{x \cdot x}, \quad \text{also} \\ \overline{x \cdot x} &= \overline{x \cdot x} + \overline{x \cdot x} + 2 \overline{x \cdot x} + \overline{x \cdot x}\end{aligned}$$

Mit $x = v_h$ folgt

$$\begin{aligned}\nabla_h \cdot \{ \overline{v_h} k_Z^+ + \overline{v_h} (v_h \cdot \overline{v_h}) \} &= \frac{1}{2} \nabla_h \cdot \{ \overline{v_h} \overline{v_h}^2 + 2 \overline{v_h} \cdot \overline{v_h} \} \\ &= \frac{1}{2} \nabla_h \cdot \{ \overline{v_h} \overline{v_h}^2 - \overline{v_h} \overline{v_h}^2 - \overline{v_h} \overline{v_h}^2 \} \\ &= \frac{1}{2} \nabla_h \cdot \{ \overline{v_h} \overline{v_h}^2 - (\overline{v_h} + \overline{v_h}) \overline{v_h}^2 \}\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} \overline{\nabla_h \cdot \{ \mathbf{v}_h (\mathbf{v}_h^2 - \mathbf{v}_h'^2) \}}$$

$$= \overline{\nabla_h \cdot \{ \mathbf{v}_h (k^+ - k_E^+) \}}$$

Ganz analog folgt

$$\frac{\partial}{\partial p} \{ \overline{\omega k_Z^+} + \overline{\omega' (\mathbf{v}_h' \cdot \mathbf{v}_h)} \} = \frac{\partial}{\partial p} \{ \overline{\omega (k^+ - k_E^+)} \}$$

Damit geht (14) über in

$$(15) \quad \frac{\partial k_Z^+}{\partial t} = -\overline{\nabla_h \cdot \{ \mathbf{v}_h (k^+ - k_E^+ + \Phi) \}} - \frac{\partial}{\partial p} \{ \overline{\omega (k^+ - k_E^+ + \Phi)} \}$$

$$- \overline{\omega \alpha} + \overline{\mathbf{v}_h' \cdot \mathbf{r}_h} + \overline{\mathbf{v}_h' \cdot \mathbf{v}_h' \cdot \nabla_h \mathbf{v}_h} + \overline{\mathbf{v}_h' \omega' \cdot \frac{\partial \mathbf{v}_h}{\partial p}}$$

Hierbei ist zu beachten, daß $\overline{\nabla_h (k^+ - k_E^+)} \neq \overline{\nabla_h k_Z^+}$ ist, obwohl nach (12) die Beziehung $\overline{k^+ - k_E^+} = \overline{k_Z^+}$ gilt. Eine Gleichung für die lokalzeitliche Änderung von k_E^+ erhält man wegen (12) durch zonale Mittelung von (3):

$$(16) \quad \frac{\partial k^+}{\partial t} = -\overline{\nabla_h \cdot \{ \mathbf{v}_h (k^+ + \Phi) \}} - \frac{\partial}{\partial p} \{ \overline{\omega (k^+ + \Phi)} \} - \overline{\omega \alpha} + \overline{\mathbf{v}_h' \cdot \mathbf{r}_h}$$

und Subtraktion von (15)

$$(17) \quad \frac{\partial k_E^+}{\partial t} = -\overline{\nabla_h \cdot \{ \mathbf{v}_h k_E^+ + \mathbf{v}_h' \Phi' \}} - \frac{\partial}{\partial p} \{ \overline{\omega k_E^+} + \overline{\omega' \Phi'} \}$$

$$- \overline{\omega' \alpha'} + \overline{\mathbf{v}_h' \cdot \mathbf{r}_h'} - \overline{\mathbf{v}_h' \cdot \mathbf{v}_h' \cdot \nabla_h \mathbf{v}_h} - \overline{\mathbf{v}_h' \omega' \cdot \frac{\partial \mathbf{v}_h}{\partial p}}$$

Die beiden letzten Terme von (15) und (17) sind bis auf das Vorzeichen die gleichen. Sie beschreiben daher der Transfer zwischen k_E^+ und k_Z^+ . Dieser Transferterm soll in Komponenten zerlegt werden. Zunächst wird der Horizontalterm (der vorletzte Term von (17)) behandelt.

$$\overline{\mathbf{v}_h' \cdot \mathbf{v}_h' \cdot \nabla_h \mathbf{v}_h} = \overline{\mathbf{v}_h' \cdot (\nabla_h \mathbf{v}_h) \cdot \mathbf{v}_h'} = \overline{v_x' \left(\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{v}_h \right) \cdot \mathbf{v}_h'} + \overline{v_y' \left(\frac{\partial}{\partial y} \mathbf{v}_h \right) \cdot \mathbf{v}_h'}$$

$$= \overline{v_x' \left(\frac{\partial}{\partial x} [\overline{v_x} \mathbf{i} + \overline{v_y} \mathbf{j}] \right) \cdot (v_x' \mathbf{i} + v_y' \mathbf{j})} + \overline{v_y' \left(\frac{\partial}{\partial y} [\overline{v_x} \mathbf{i} + \overline{v_y} \mathbf{j}] \right) \cdot (v_x' \mathbf{i} + v_y' \mathbf{j})}$$

Die Ableitungen $\partial/\partial x$ und $\partial/\partial y$ müssen die Kugelgestalt berücksichtigen, das heißt $\mathbf{i}$ und $\mathbf{j}$ sind bezüglich dieser Ableitungen veränderlich. Es gelten die Beziehungen

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathbf{i}}{\partial x} &= \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial \mathbf{i}}{\partial \lambda} = \frac{1}{r \cos \phi} (\sin \phi \mathbf{j} - \cos \phi \mathbf{k}) = \frac{\tan \phi}{r} \mathbf{j} - \frac{1}{r} \mathbf{k} \\ \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial x} &= \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial \lambda} = \frac{1}{r \cos \phi} (-\sin \phi) \mathbf{i} = -\frac{\tan \phi}{r} \mathbf{i} \\ \frac{\partial \mathbf{i}}{\partial y} &= \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{i}}{\partial \phi} = 0 \\ \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial y} &= \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial \phi} = -\frac{1}{r} \mathbf{k}\end{aligned}$$

Beachtet man ferner $\overline{\partial \bar{v}_x / \partial x} = 0$ und $\overline{\partial \bar{v}_y / \partial x} = 0$, so folgt

$$\overline{\mathbf{v}_h \cdot \nabla_h \mathbf{v}_h} = \overline{v_x \frac{\tan \phi}{r} v_y} - \overline{v_x \frac{\tan \phi}{r} v_x} + \overline{v_y \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial y} v_x} + \overline{v_y \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial y} v_y}$$

Der Vertikalterm (der letzte Term von (17)) lautet in Komponenten

$$\overline{v_h \omega} \frac{\partial \bar{v}_h}{\partial p} = \overline{v_x \omega} \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial p} + \overline{v_y \omega} \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial p}$$

Insgesamt erhält man also für die beiden letzten Terme von (17) die 6 Glieder

$$\begin{aligned}& \overline{v_x \omega} \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial p} + \overline{v_x v_y \omega} \frac{\tan \phi}{r} + \overline{v_x \omega} \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial p} \\ & + \overline{v_y^2 \omega} \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial p} - \overline{v_x^2 \omega} \frac{\tan \phi}{r} + \overline{v_y \omega} \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial p}\end{aligned}$$

Die ersten drei Glieder enthalten den Zonalmittelwert $\bar{v}_x$ oder dessen Ableitungen, die letzten drei Glieder enthalten den Zonalmittelwert $\bar{v}_y$ oder dessen Ableitungen. Wegen $\bar{v}_y \ll \bar{v}_x$ kann man die letzten drei Glieder gegen die ersten drei vernachlässigen, und man erhält in guter Näherung

$$(18) \quad \overline{\mathbf{v}_h \cdot \nabla_h \mathbf{v}_h} + \overline{v_h \omega} \frac{\partial \bar{v}_h}{\partial p} = \overline{v_x v_y} \left(\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial y} + \frac{\tan \phi}{r} \bar{v}_x \right) + \overline{v_x \omega} \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial p}$$

Ähnliche Vereinfachungen ergeben sich auch in den horizontalen Divergenztermen von (15), (16) und (17). Diese verschwinden jedoch bei der Flächenmittelung. Zusätzliche Vertikalintegration liefert in Analogie zu (9)

$$(19) \quad \frac{1}{F} \frac{\partial K_Z}{\partial t} = - \frac{\bar{p}_0}{\int_0^{\bar{p}_0} \omega \alpha} \frac{dp}{g} + \frac{\bar{p}_0}{\int_0^{\bar{p}_0} \left[\overline{v_x v_y} \left(\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial y} + \frac{\tan \phi}{r} \bar{v}_x \right) + \overline{v_x \omega} \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial p} \right]} \frac{dp}{g} + \frac{\bar{p}_0}{\int_0^{\bar{p}_0} \overline{v_h \cdot \nabla_h}} \frac{dp}{g}$$

$$(20) \quad \frac{1}{F} \frac{\partial K_E}{\partial t} = - \frac{\bar{p}_0}{\int_0^{\bar{p}_0} \omega \alpha} \frac{dp}{g} - \frac{\bar{p}_0}{\int_0^{\bar{p}_0} \left[\overline{v_x v_y} \left(\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial y} + \frac{\tan \phi}{r} \bar{v}_x \right) + \overline{v_x \omega} \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial p} \right]} \frac{dp}{g} + \frac{\bar{p}_0}{\int_0^{\bar{p}_0} \overline{v_h \cdot \nabla_h}} \frac{dp}{g}$$

2.3 Die verfügbare potentielle Energie nach Lorenz

Berechnet man die gesamte Enthalpie der Atmosphäre einmal im aktuellen Zustand und einmal in dem durch adiabatische Bewegungen daraus hervorgegangenen horizontalhomogenen, statisch stabilen Zustand (Referenzzustand), so stellt nach LORENZ (1955) die Differenz dieser beiden Werte gerade die verfügbare potentielle Energie der Atmosphäre dar. Die Enthalpie der Atmosphäre im aktuellen Zustand ist in hydrostatischer Näherung gegeben durch (LANGE (1974)):

$$E = c_p \int_{Atm} T dM = \frac{c_p}{p_{00}^\kappa} \int_{Atm} \theta p^\kappa dM = \frac{F_c p}{g p_{00}^\kappa} \int_0^{\bar{p}_0} \frac{\bar{p}_0}{\theta p^\kappa} dp$$

Der letzte Schritt erfolgt mit gleicher Begründung wie in (7). Durch partielle Integration folgt

$$(21) \quad E = \left[\frac{F_c p}{g p_{00}^\kappa (1+\kappa)} \theta p^{\kappa+1} \right]_0^{\bar{p}_0} + \frac{F_c p}{g p_{00}^\kappa (1+\kappa)} \int_0^\infty \frac{\bar{p}_0}{p^{\kappa+1}} d\theta$$

Im zweiten Term ist die Flächenmittelung auf isentropen Flächen durchzuführen. Wenn eine der θ -Flächen den Erdboden schneidet, so ist auf ihr $p=p_0$ zu setzen. In einer horizontalhomogenen Atmosphäre, also auch in der Referenzatmosphäre, ist an jeder Stelle einer θ -Fläche $p(\theta) = \bar{p}(\theta)$. In der aktuellen Atmosphäre ist i.A. $p(\theta) \neq \bar{p}(\theta)$. Bei der adiabatischen Umlagerung von der aktuellen Atmosphäre in die Referenzatmosphäre bleibt jedoch wegen $d\theta/dt = 0$ die Masse oberhalb jeder θ -Fläche unverändert, das heißt $\bar{p}(\theta) = \text{const.}$ Daher erhält man die Enthalpie der Referenzatmosphäre, wenn man in (21) p durch $\bar{p}$ ersetzt. Bei der Differenzbildung fällt der konstante erste Term von (21) heraus und man erhält als gesamte verfügbare potentielle Energie der Atmosphäre

$$A = F \frac{c_p}{g p_{00}^\kappa (1+\kappa)} \int_0^\infty (\bar{p}^{1+\kappa} - p^{1+\kappa}) d\theta$$

oder durch die Reihenentwicklung $p^{1+\kappa} = (\bar{p} + p')^{1+\kappa} = \bar{p}^{1+\kappa} + (1+\kappa) \bar{p}^\kappa p' + \frac{(1+\kappa)\kappa}{2} \bar{p}^{\kappa-1} p'^2 + \dots$
also: $\bar{p}^{1+\kappa} = (\bar{p} + p')^{1+\kappa} = \bar{p}^{1+\kappa} + \frac{(1+\kappa)\kappa}{2} \bar{p}^{\kappa-1} p'^2 + \dots$

bei Vernachlässigung der Terme höherer Ordnung

$$(22) \quad A = F \frac{R}{2g p_{00}^\kappa} \int_0^\infty \bar{p}^{\kappa-1} \overline{p^{-2}} d\theta$$

Die Druckschwankungen $\bar{p}$ auf θ -Flächen werden durch Temperaturschwankungen auf p -Flächen approximiert. Dazu wird (22) mit Hilfe von

$$\bar{p} \approx \bar{p}(\theta - \theta^{\sim}) - \bar{p}(\theta) \approx -\theta^{\sim} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta}$$

in ein Vertikalintegral über Mittelwerte auf p -Flächen verwandelt:

$$A = F \frac{R}{2g p_{00}^\kappa} \int_0^\infty \bar{p}^{\kappa-1} \overline{\frac{\theta^{\sim 2}}{\frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta}}} dp = F \frac{R}{2g} \frac{0}{p_0} \int_0^\infty \frac{1}{p} \left(\frac{p}{p_{00}} \right)^\kappa \overline{\frac{\theta^{\sim 2}}{\frac{\partial \bar{p}}{\partial p}}} dp$$

Mit

$$\overline{\theta^{\sim 2}} = \left(\frac{p_{00}}{p} \right)^{2\kappa} \overline{T^{\sim 2}} = \frac{\bar{\theta}^2}{T^2} \overline{T^{\sim 2}}$$

und

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial p} = \left(\frac{p_{00}}{p} \right)^\kappa \left[\frac{\partial \bar{T}}{\partial p} - \kappa \frac{\bar{T}}{p} \right]$$

folgt

$$(23) \quad A = F \int_0^{\bar{p}_0} \frac{\gamma}{2} \overline{T^{\sim 2}} \frac{dp}{g} \quad \text{mit}$$

$$(24) \quad \gamma = \frac{-R}{p \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial p} - \kappa \frac{\bar{T}}{p} \right)} = \frac{-R \frac{\bar{\theta}}{\bar{T}}}{p \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial p}}$$

Verfolgt man den Weg rückwärts, der zu (7) geführt hat, so kann man das Vertikalintegral über Flächenmittel (23) in ein Volumenintegral analog (2) verwandeln. Mit

$$(25) \quad a^+ = \frac{\gamma \overline{T^{\sim 2}}}{2}$$

erhält man dann

$$(26) \quad A = \iiint_{Atm} a^+ dM$$

(25) und (26) sind die entsprechenden Gleichungen zu (1) und (2). Während (1) jedoch die kinetische Energie pro Masseneinheit darstellt, kann man (25) nicht als die verfügbare potentielle Energie pro Masseneinheit bezeichnen, denn die verfügbare potentielle Energie hängt nicht nur von lokalen Verhältnissen ab, sondern vom Zustand der gesamten Atmosphäre. Im Sinne von SMITH (1969) läßt sich aber (25) als der Beitrag einer in einem bestimmten Druckniveau liegenden Einheitsmasse zur globalen verfügbaren potentiellen Energie interpretieren.

2.4 Die Haushaltsgleichung der verfügbaren potentiellen Energie

Vernachlässigt man die zeitliche Änderung von Flächenmitteln, so erhält man für die zeitliche Änderung von a^+ mit Hilfe des ersten Hauptsatzes der Thermodynamik und der Beziehung $T^{-2} = \theta^{-2} \bar{T}^2 / \bar{\theta}^2 = (\theta - \bar{\theta})^2 \bar{T}^2 / \bar{\theta}^2$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial a^+}{\partial t} &= \frac{\gamma}{2} \frac{\partial}{\partial t} T^{-2} = \gamma \frac{\bar{T}^2}{\bar{\theta}^2} \theta^{-2} \frac{\partial (\theta - \bar{\theta})}{\partial t} \\
 &= \gamma \frac{\bar{T}^2}{\bar{\theta}^2} \theta^{-2} \left[-\mathbf{v}_h \cdot \nabla_h \theta - \omega \frac{\partial \theta}{\partial p} + \frac{1}{c_p} \frac{\bar{\theta}}{\bar{T}} Q \right] \\
 &= \gamma \frac{\bar{T}^2}{\bar{\theta}^2} \theta^{-2} \left[-\mathbf{v}_h \cdot \nabla_h \theta^{-2} - \omega \frac{\partial \theta^{-2}}{\partial p} - \omega \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial p} + \frac{1}{c_p} \frac{\bar{\theta}}{\bar{T}} Q \right] \\
 &= -\mathbf{v}_h \cdot \nabla_h \left[\frac{\gamma}{2} \frac{\bar{T}^2}{\bar{\theta}^2} \theta^{-2} \right] - \omega \frac{\partial}{\partial p} \left[\gamma \frac{\bar{T}^2}{\bar{\theta}^2} \frac{\theta^{-2}}{2} \right] + \omega \frac{\theta^{-2}}{2} \frac{\partial}{\partial p} \left[\gamma \frac{\bar{T}^2}{\bar{\theta}^2} \right] \\
 &\quad - \gamma \frac{\bar{T}^2}{\bar{\theta}^2} \theta^{-2} \omega \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial p} + \frac{\gamma}{c_p} \frac{\bar{T}}{\bar{\theta}} \theta^{-2} Q \\
 &= -\mathbf{v}_h \cdot \nabla_h a^+ - \omega \frac{\partial a^+}{\partial p} + \omega a^+ \frac{\partial}{\partial p} \left[\ln \gamma \frac{\bar{T}^2}{\bar{\theta}^2} \right] - \gamma \frac{\bar{T}}{\bar{\theta}} T^{-2} \omega \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial p} + \frac{\gamma}{c_p} Q T^{-2}
 \end{aligned}$$

Der dritte Term der rechten Seite kann gegen die übrigen vernachlässigt werden (DEFANT, FECHNER, SPETH (1972)). Der vierte Term vereinfacht sich wegen (24) zu $T^{-2} R/p = \alpha^{-1} \omega$. Die Advektionsterme (erster und zweiter Term) lassen sich mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung $\nabla_h \cdot \mathbf{v}_h + \partial \omega / \partial p = 0$ in Divergenzterme umwandeln. Damit erhält man die zu (3) parallele Gleichung

$$(27) \quad \frac{\partial a^+}{\partial t} = -\nabla_h \cdot \mathbf{v}_h a^+ - \frac{\partial}{\partial p} \omega a^+ + \omega \alpha^- + \frac{\gamma}{c_p} Q T^-$$

oder wegen $\overline{\omega} = 0$ und $\overline{Q} = 0$, also $\overline{\omega \alpha^-} = \overline{\omega (\alpha - \overline{\alpha})} = \overline{\omega \alpha}$ und $\overline{Q T^-} = \overline{Q (T - \overline{T})} = \overline{Q T}$

$$(28) \quad \frac{1}{F} \frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\overline{p}_0}{\int_0^{\overline{p}_0} \overline{\omega \alpha} \frac{dp}{g}} + \frac{\overline{p}_0}{\int_0^{\overline{p}_0} \frac{\gamma}{c_p} \overline{Q T} \frac{dp}{g}}$$

$$(29) \quad \frac{\partial A}{\partial t} = \iint_{Atm} \omega \alpha \, dM + \iint_{Atm} \frac{\gamma}{c_p} Q T \, dM$$

Vergleicht man (28) bzw. (29) mit (9) bzw. (8), so erkennt man, daß $\omega \alpha$ der Beitrag der Einheitsmasse zur globalen Umwandlung zwischen kinetischer und verfügbarer potentieller Energie ist.

2.5 Die großturbulente Aufspaltung der Haushaltsgleichung der verfügbaren potentiellen Energie

Die kinetische Energie (1) berechnet sich quadratisch aus $\mathbf{v}_h$, die verfügbare potentielle Energie (25) quadratisch aus T^- . Die Grundlage der großturbulenten Aufspaltung von (1) bildet die Beziehung $\mathbf{v}_h = \overline{\mathbf{v}}_h + \mathbf{v}_h^-$. In vollkommener Analogie wird nun das durch T^- charakterisierte Massenfeld aufgespalten gemäß $T^- = \overline{T^-} + (T^-)^-$, so daß gilt

$$a_Z^+ = \frac{\gamma}{2} \overline{T^-}^2 \quad ; \quad a_E^+ = \frac{\gamma}{2} (T^-)^{-2}$$

Nun gelten die Beziehungen

$$\begin{aligned} \overline{T^-} &= \overline{T - \overline{T}} = \overline{T} - \overline{\overline{T}} = \overline{T} - \overline{\overline{T}} = \overline{T^-} \quad , \\ (T^-)^- &= (T - \overline{T})^- = T^- \quad , \end{aligned}$$

das heißt der Zonalmittelwert über die Abweichungen vom Flächenmittel ist gleich der Abweichung des Zonalmittels vom Flächenmittel, die Abweichung der Abweichung vom Flächenmittelwert gegenüber dem Zonalmittelwert ist gleich der Abweichung vom Zonalmittel. Es gilt also:

$$(30) \quad a_Z^+ = \frac{\gamma}{2} \bar{T}^{\sim 2} ; \quad a_E^+ = \frac{\gamma}{2} T^{\sim 2}$$

$$(31) \quad A_Z = \int \int \int_{\text{Atm}} a_Z^+ dM = F \int_0^{\bar{p}_0} \bar{a}_Z^+ \frac{dp}{g} ; \quad A_E = \int \int \int_{\text{Atm}} a_E^+ dM = F \int_0^{\bar{p}_0} \bar{a}_E^+ \frac{dp}{g}$$

$$\text{Wegen } \overline{T^{\sim 2}} = \overline{(\bar{T}^{\sim} + T^{\sim})^2} = \bar{T}^{\sim 2} + \overline{T^{\sim 2}} \quad \text{gilt analog (12)}$$

$$(32) \quad \bar{a}^+ = \bar{a}_Z^+ + \bar{a}_E^+ ; \quad \bar{a}^+ = \overline{\bar{a}_Z^+ + \bar{a}_E^+} ; \quad A = A_Z + A_E$$

Zur Bestimmung der zeitlichen Änderung von a_Z^+ wird wie in Kap.2.4 vorgegangen. Wegen $\bar{T}^{\sim} = \bar{\theta}^{\sim} \bar{T}/\bar{\theta}$ folgt bei Vernachlässigung der zeitlichen Änderung von Flächenmitteln

$$\begin{aligned} \frac{\partial a_Z^+}{\partial t} &= \frac{\gamma}{2} \frac{\partial}{\partial t} \bar{T}^{\sim 2} = \gamma \frac{\bar{T}^2}{\bar{\theta}^2} \bar{\theta}^{\sim} \frac{\partial (\bar{\theta} - \bar{\theta})}{\partial t} \\ &= \gamma \frac{\bar{T}^2}{\bar{\theta}^2} \bar{\theta}^{\sim} \left[-\bar{\mathbf{v}}_h \cdot \nabla_h \bar{\theta} - \bar{\omega} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial p} + \frac{1}{c_p} \frac{\bar{\theta}}{\bar{T}} \bar{Q} \right] \end{aligned}$$

Die Zonalmittelwerte $\overline{\bar{\mathbf{v}}_h \cdot \nabla_h \bar{\theta}}$ und $\overline{\bar{\omega} \partial \bar{\theta} / \partial p}$ werden in gleicher Weise aufgespalten wie die Zonalmittelwerte $\overline{\bar{\mathbf{v}}_h \cdot \nabla_h \bar{\mathbf{v}}_h}$ und $\overline{\bar{\omega} \partial \bar{\mathbf{v}}_h / \partial p}$ in (13). Mit $\nabla_h \gamma = 0$, $\nabla_h \bar{\theta} = \nabla_h \bar{\theta}^{\sim}$ und $\bar{\omega} \partial \bar{\theta} / \partial p = \bar{\omega} \partial \bar{\theta}^{\sim} / \partial p + \bar{\omega} \partial \bar{\theta} / \partial p$ gilt

$$\begin{aligned} \gamma \frac{\bar{T}^2}{\bar{\theta}^2} \bar{\theta}^{\sim} \overline{\bar{\mathbf{v}}_h \cdot \nabla_h \bar{\theta}} &= \gamma \frac{\bar{T}^2}{\bar{\theta}^2} \bar{\theta}^{\sim} \left[\overline{\bar{\mathbf{v}}_h \cdot \nabla_h \bar{\theta}^{\sim}} + \overline{\bar{\mathbf{v}}_h \cdot \nabla_h \bar{\theta}} \right] \\ &= \overline{\bar{\mathbf{v}}_h \cdot \nabla_h a_Z^+} + \gamma \bar{T}^{\sim} \overline{\bar{\mathbf{v}}_h \cdot \nabla_h \bar{T}^{\sim}} \\ &= \overline{\bar{\mathbf{v}}_h \cdot \nabla_h a_Z^+} + \overline{\bar{\mathbf{v}}_h \cdot \nabla_h (\gamma \bar{T}^{\sim} \bar{T})} - \gamma \overline{\bar{T}^{\sim} \bar{\mathbf{v}}_h \cdot \nabla_h \bar{T}^{\sim}} \\ \gamma \frac{\bar{T}^2}{\bar{\theta}^2} \bar{\theta}^{\sim} \overline{\bar{\omega} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial p}} &= \gamma \frac{\bar{T}^2}{\bar{\theta}^2} \bar{\theta}^{\sim} \left[\bar{\omega} \frac{\partial \bar{\theta}^{\sim}}{\partial p} + \overline{\bar{\omega} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial p}} + \bar{\omega} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial p} \right] \\ &= \bar{\omega} \frac{\partial}{\partial p} \left[\gamma \frac{\bar{T}^2}{\bar{\theta}^2} \frac{\bar{\theta}^{\sim 2}}{2} \right] - \bar{\omega} \frac{\bar{\theta}^{\sim 2}}{2} \frac{\partial}{\partial p} \left[\gamma \frac{\bar{T}^2}{\bar{\theta}^2} \right] \\ &\quad + \overline{\bar{\omega} \frac{\partial}{\partial p} \left[\gamma \frac{\bar{T}^2}{\bar{\theta}^2} \bar{\theta}^{\sim} \bar{\theta} \right]} - \overline{\bar{\omega} \gamma \bar{\theta} \frac{\bar{T}^2}{\bar{\theta}^2} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial p}} - \overline{\bar{\omega} \bar{\theta}^{\sim} \frac{\partial}{\partial p} \left[\gamma \frac{\bar{T}^2}{\bar{\theta}^2} \right]} \\ &\quad - \bar{\omega} \bar{\alpha}^{\sim} \end{aligned}$$

wobei für den letzten Term die Gleichung (24) sowie $\bar{T}^{\sim} R/p = \bar{\alpha}^{\sim}$ benutzt

wurde. Einsetzen dieser Beziehungen ergibt

$$\begin{aligned} \frac{\partial a_Z^+}{\partial t} = & -\bar{\mathbf{v}}_h \cdot \nabla_h a_Z^+ - \bar{\omega} \frac{\partial a_Z^+}{\partial p} - \overline{\mathbf{v}_h \cdot \nabla_h (\gamma \bar{T} \tilde{T})} - \overline{\omega \frac{\partial}{\partial p} (\gamma \bar{T} \tilde{T})} \\ & + \gamma \bar{T} \overline{\mathbf{v}_h \cdot \nabla_h \tilde{T}} + \gamma \bar{\theta} \bar{\omega} \frac{\bar{T}^2}{\bar{\theta}^2} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial p} + \bar{\omega} \tilde{\alpha} \\ & + \left[\bar{\omega} \frac{\tilde{\theta}^2}{2} + \overline{\omega \tilde{\theta} \tilde{\theta}} \right] \frac{\partial}{\partial p} \left[\gamma \frac{\bar{T}^2}{\bar{\theta}^2} \right] + \frac{\gamma}{c_p} \bar{Q} \tilde{T} \end{aligned}$$

Der vorletzte Term kann umgeformt werden zu

$$\left[\bar{\omega} a_Z^+ + \bar{\omega} (\gamma \bar{T} \tilde{T}) \right] \frac{\partial}{\partial p} \left[\ln \gamma \frac{\bar{T}^2}{\bar{\theta}^2} \right]$$

Er ist ebenso wie der entsprechende Term

$$\bar{\omega} a^+ \frac{\partial}{\partial p} \left[\ln \gamma \frac{\bar{T}^2}{\bar{\theta}^2} \right]$$

aus Kap.2.4 zu vernachlässigen (DEFANT, FECHNER, SPETH (1972)). Der viert-
letzte Term wird ebenfalls umgeformt. Mit

$$\frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\bar{T}}{\bar{\theta}} \right) = \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{p}{p_{00}} \right)^{\kappa} = \kappa \frac{p^{\kappa-1}}{p_{00}} = \frac{\kappa}{p} \frac{\bar{T}}{\bar{\theta}}$$

gilt

$$\gamma \bar{\theta} \bar{\omega} \frac{\bar{T}^2}{\bar{\theta}^2} \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial p} = \gamma \bar{\theta} \bar{\omega} \frac{\bar{T}}{\bar{\theta}} \left[\frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\bar{T}}{\bar{\theta}} \tilde{\theta} \right) - \tilde{\theta} \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\bar{T}}{\bar{\theta}} \right) \right] = \gamma \bar{T} \bar{\omega} \left[\frac{\partial \tilde{T}}{\partial p} - \frac{\kappa}{p} \tilde{T} \right]$$

Die ersten vier Terme werden unter Verwendung der Kontinuitätsgleichung
in der Form $\nabla_h \cdot \bar{\mathbf{v}}_h + \partial \bar{\omega} / \partial p = 0$ bzw. $\nabla_h \cdot \bar{\mathbf{v}}_h + \partial \bar{\omega} / \partial p = 0$ auf Divergenzform
gebracht (vergl. Kap. 2.3). So erhält man schließlich

$$\begin{aligned} (33) \quad \frac{\partial a_Z^+}{\partial t} = & -\nabla_h \cdot (\bar{\mathbf{v}}_h a_Z^+) - \frac{\partial}{\partial p} (\bar{\omega} a_Z^+) - \nabla_h \cdot (\bar{\mathbf{v}}_h \gamma \bar{T} \tilde{T}) - \frac{\partial}{\partial p} (\bar{\omega} \gamma \bar{T} \tilde{T}) \\ & + \bar{\omega} \tilde{\alpha} + \frac{\gamma}{c_p} \bar{Q} \tilde{T} + \gamma \bar{T} \overline{\mathbf{v}_h \cdot \nabla_h \tilde{T}} + \gamma \bar{T} \bar{\omega} \left[\frac{\partial \tilde{T}}{\partial p} - \frac{\kappa}{p} \tilde{T} \right] \end{aligned}$$

Diese Gleichung entspricht in Struktur und Aufbau der Gleichung (14) für
 $\partial a_Z^+ / \partial t$. Die Divergenzterme kann man jedoch auch in eine Form wie in Gleichung (15) bringen. Die Divergenzterme bei MUENCH (1965) entsprechen in

der Gleichung für $\partial a_Z^+ / \partial t$ denen von (33), in der Gleichung für $\partial k_Z^+ / \partial t$ jedoch denen von (15).

Zur Umformung der Divergenzterme von (33) wird die Beziehung

$$\overline{v_h \bar{T}^2} = \overline{v_h \bar{T}}^2 + \overline{v_h (\bar{T})^2} + 2 \overline{v_h (\bar{T}) \bar{T}} + \overline{v_h (\bar{T})^2}, \text{ also}$$

$$\overline{v_h \bar{T}^2} = \overline{v_h \bar{T}}^2 + \overline{v_h \bar{T}^2} + 2 \overline{v_h \bar{T} \bar{T}} + \overline{v_h \bar{T}^2}$$

benutzt, die sich wegen $\overline{v_h a_Z^+} = (\gamma/2) \overline{v_h \bar{T}^2}$ anwenden läßt:

$$\begin{aligned} v_h \cdot \left[\frac{\gamma}{2} \overline{v_h \bar{T}^2} + \gamma \overline{v_h \bar{T} \bar{T}} \right] &= v_h \cdot \left[\frac{\gamma}{2} \overline{v_h \bar{T}^2} - \frac{\gamma}{2} \overline{v_h \bar{T}^2} - \frac{\gamma}{2} \overline{v_h \bar{T}^2} \right] \\ &= v_h \cdot \left[\frac{\gamma}{2} \overline{v_h \bar{T}^2} - \frac{\gamma}{2} (\overline{v_h} + \overline{v_h}) \bar{T}^2 \right] \\ &= v_h \cdot \left[\frac{\gamma}{2} \overline{v_h (\bar{T}^2 - \bar{T}^2)} \right] \\ &= v_h \cdot \left[\overline{v_h (a^+ - a_E^+)} \right] \end{aligned}$$

In analoger Weise folgt

$$\frac{\partial}{\partial p} \left[\overline{\omega a_Z^+} + \gamma \overline{\omega \bar{T} \bar{T}} \right] = \frac{\partial}{\partial p} \left[\overline{\omega (a^+ - a_E^+)} \right]$$

Obwohl nach (32) die Beziehung $\overline{a^+ - a_E^+} = \overline{a_Z^+}$ gilt, ist $\overline{v_h (a^+ - a_E^+)} \neq \overline{v_h a_Z^+}$ zu beachten. (33) geht nun über in die der Gleichung (15) analoge Form

$$\begin{aligned} (34) \quad \frac{\partial a_Z^+}{\partial t} &= -v_h \cdot \left[\overline{v_h (a^+ - a_E^+)} \right] - \frac{\partial}{\partial p} \left[\overline{\omega (a^+ - a_E^+)} \right] \\ &\quad + \overline{\omega \alpha} + \frac{\gamma}{c_p} \overline{Q \bar{T}} + \gamma \overline{\bar{T} v_h} \cdot \overline{v_h \bar{T}} + \gamma \overline{\bar{T} \omega} \left[\frac{\partial \bar{T}}{\partial p} - \frac{R}{p c_p} \bar{T} \right] \end{aligned}$$

Eine Gleichung für $\partial k_E^+ / \partial t$ erhält man wegen (32) durch zonale Mittelung von (27):

$$(35) \quad \frac{\partial a^+}{\partial t} = -v_h \cdot \overline{v_h a^+} - \frac{\partial}{\partial p} \left[\overline{\omega a^+} + \overline{\omega \alpha} \right] + \frac{\gamma}{c_p} \overline{Q \bar{T}}$$

und Subtraktion von (34) unter Beachtung von

$$\overline{\omega \alpha} = \overline{\omega \alpha} + \overline{\omega (\alpha - \bar{\alpha})} = \overline{\omega \alpha} + \overline{\omega \alpha} ; \quad \overline{Q \bar{T}} = \overline{Q \bar{T}} + \overline{Q (\bar{T} - \bar{T})} = \overline{Q \bar{T}} + \overline{Q \bar{T}} :$$

$$(36) \quad \frac{\partial \overline{a_E^+}}{\partial t} = -\overline{\nabla_h \cdot \mathbf{v}_h a_E^+} - \frac{\partial}{\partial p} \overline{\omega a_E^+} + \overline{\omega' \alpha'} + \frac{\gamma}{c_p} \overline{Q' T'} - \gamma \overline{T' \mathbf{v}_h' \cdot \nabla_h \overline{T'}} - \gamma \overline{T' \omega'} \left[\frac{\partial \overline{T}}{\partial p} - \frac{R}{p c_p} \overline{T} \right]$$

Die beiden letzten Terme von (34) und (36) unterscheiden sich nur im Vorzeichen. Sie beschreiben daher den Transfer zwischen $\overline{a_E^+}$ und $\overline{a_Z^+}$. Sie sollen wie die Transferterme zwischen $\overline{k_E^+}$ und $\overline{k_Z^+}$ in Komponenten zerlegt werden. Dabei verschwindet wegen $\partial \overline{T} / \partial x = 0$ die x-Komponente des Horizontaltermes. Wegen des Verschwindens aller Divergenzterme bei Flächen- und Vertikalintegration erhält man schließlich analog (19) und (20) die Gleichungen

$$(37) \quad \frac{1}{F} \frac{\partial \overline{a_Z}}{\partial t} = \frac{\overline{p_0}}{\int_0 \overline{\omega \alpha} \frac{dp}{g}} + \frac{\overline{p_0}}{\int_0 [\gamma \overline{T' \mathbf{v}_y'} \frac{\partial \overline{T}}{\partial y} + \gamma \overline{T' \omega'} (\frac{\partial \overline{T}}{\partial p} - \frac{R}{p c_p} \overline{T})] \frac{dp}{g}} + \frac{\overline{p_0}}{\int_0 \frac{\gamma}{c_p} \overline{Q' T'} \frac{dp}{g}}$$

$$(38) \quad \frac{1}{F} \frac{\partial \overline{a_E}}{\partial t} = \frac{\overline{p_0}}{\int_0 \overline{\omega \alpha'} \frac{dp}{g}} - \frac{\overline{p_0}}{\int_0 [\gamma \overline{T' \mathbf{v}_y'} \frac{\partial \overline{T}}{\partial y} + \gamma \overline{T' \omega'} (\frac{\partial \overline{T}}{\partial p} - \frac{R}{p c_p} \overline{T})] \frac{dp}{g}} + \frac{\overline{p_0}}{\int_0 \frac{\gamma}{c_p} \overline{Q' T'} \frac{dp}{g}}$$

Hierin sind die Beziehungen

$$\overline{\omega \alpha'} = \overline{\omega \alpha} \quad \text{und} \quad \overline{Q' T'} = \overline{Q T}$$

benutzt worden, welche wegen $\overline{\omega} = 0$ bzw. $\overline{Q} = 0$ gelten. Bis auf das Vorzeichen sind die jeweils ersten Terme von (19) und (37) bzw. (20) und (38) gleich. Sie beschreiben daher die Umwandlung zwischen verfügbarer potentieller und kinetischer Energie im zonalen bzw. im großturbulenten Scale.

2.6 Zusammenfassung und Übersicht

Die Gleichungen (19), (20), (37), (38) bilden die Grundlage für das Energieflußdiagramm nach LORENZ (1955) (Abb.1). Interessiert man sich für den Beitrag, den die Flächeneinheit zu den Flächenintegralen und die Schichtdickeneinheit zu den Vertikalintegralen liefert, so erhält man die symbolischen Gleichungen

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial k_Z}{\partial t} &= -c_Z + t_K - d_Z + \dots \\
 \frac{\partial k_E}{\partial t} &= -c_E - t_K - d_E + \dots \\
 \frac{\partial a_Z}{\partial t} &= c_Z + t_A + g_Z + \dots \\
 \frac{\partial a_E}{\partial t} &= c_E - t_A + g_E + \dots
 \end{aligned}
 \quad (39)$$

Für die Terme der rechten Seite kann wegen $\overline{\omega \alpha} = \overline{\omega \alpha}^{\sim}$, $\overline{\bar{Q} \bar{T}} = \overline{\bar{Q} \bar{T}}^{\sim}$, sowie $\overline{\omega' \alpha'} = \overline{\omega' \alpha'}^{\sim}$, $\overline{v'_x v'_y (\partial v'_x / \partial x)} = \overline{v'_x v'_y (\partial v'_x / \partial x)}^{\sim}$ usw. geschrieben werden:

$$(40) \quad k_Z = \frac{1}{2g} (\overline{v_x^2} + \overline{v_y^2}) \quad ; \quad k_E = \frac{1}{2g} (\overline{v_x'^2} + \overline{v_y'^2})$$

$$(41) \quad a_Z = \frac{\gamma}{2g} \overline{\bar{T}}^{\sim 2} \quad ; \quad a_E = \frac{\gamma}{2g} \overline{T'^2}$$

$$(42) \quad c_Z = \frac{R}{gp} \overline{\omega \bar{T}}^{\sim} \quad ; \quad c_E = \frac{R}{gp} \overline{\omega' T'}$$

$$(43) \quad t_K = \frac{1}{g} \overline{v'_x v'_y} \left[\frac{\partial \overline{v_x}}{\partial y} + \frac{\tan \phi}{r} \overline{v_x} \right] + \frac{1}{g} \overline{v'_x \omega'} \frac{\partial \overline{v_x}}{\partial p}$$

$$(44) \quad t_A = \frac{\gamma}{g} \overline{T' v'_y} \frac{\partial \overline{\bar{T}}^{\sim}}{\partial y} + \frac{\gamma}{g} \overline{T' \omega'} \left[\frac{\partial \overline{\bar{T}}^{\sim}}{\partial p} - \frac{R}{pc_p} \overline{\bar{T}}^{\sim} \right]$$

$$(45) \quad d_Z = -\frac{1}{g} \overline{\mathbf{v}_h \cdot \mathbf{r}_h} \quad ; \quad d_E = -\frac{1}{g} \overline{\mathbf{v}'_h \cdot \mathbf{r}'_h}$$

$$(46) \quad g_Z = \frac{\gamma}{gc_p} \overline{\bar{Q} \bar{T}}^{\sim} \quad ; \quad g_E = \frac{\gamma}{gc_p} \overline{Q' T'}$$

wobei γ gegeben ist durch (vergl. (24))

$$(47) \quad \gamma = \frac{-R}{p \left[\frac{\partial \overline{\bar{T}}^{\sim}}{\partial p} - \frac{R}{pc_p} \overline{\bar{T}}^{\sim} \right]}$$

Verzichtet man auf die großturbulente Aufspaltung, so ergeben sich aus (9) bzw. (28) die symbolischen Gleichungen

$$(48) \quad \frac{\partial k}{\partial t} = -c - d + \dots ; \quad \frac{\partial a}{\partial t} = c + g + \dots \quad \text{mit}$$

$$(49) \quad k = \frac{1}{2g} (v_x^2 + v_y^2)$$

$$(50) \quad a = \frac{\gamma}{2g} T^2$$

$$(51) \quad c = \frac{R}{g\rho} \omega T^2$$

$$(52) \quad d = -\frac{1}{g} v_h \cdot r_h$$

$$(53) \quad g = \frac{\gamma}{g c_p} Q T^2$$

In den Energieflußdiagrammen (Abb.1 und Abb.2) wird die Bedeutung dieser Terme veranschaulicht. Die Vorzeichen in den Gleichungen (39) bzw. (48) werden durch die Pfeilrichtungen angegeben:

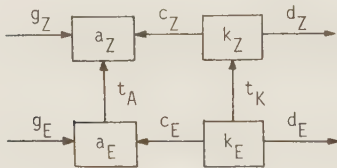


Abb.1 Energieflußdiagramm zu Gleichung (39)



Abb.2 Energieflußdiagramm zu Gleichung (48)

Es bedeuten für die Masse der Flächen- und Schichtdickeneinheit:

k, k_Z, k_E die totale, zonale, großturbulente kinetische Energie

a, a_Z, a_E die totale, zonale, großturbulente verfügbare potentielle Energie

c, c_Z, c_E die totale, zonale, großturbulente Umwandlung zwischen kinetischer und verf. pot. Energie

d, d_Z, d_E die totale, zonale, großturbulente Dissipation von kin. Energie

g, g_Z, g_E die totale, zonale, großturbulente Erzeugung von verf. pot. Energie

t_K, t_A den Transfer von kinetischer bzw. verfügbarer potentieller Energie zwischen großturbulentem und zonalem Scale

Analog (12) und (32) gelten die Beziehungen

$$(54) \quad \begin{aligned} \bar{k} &= \bar{k}_E + k_Z & ; & & \bar{a} &= \bar{a}_E + a_Z & ; & & \bar{c} &= \bar{c}_E + c_Z \\ \bar{d} &= \bar{d}_E + d_Z & ; & & \bar{g} &= \bar{g}_E + g_Z \end{aligned}$$

Um Mißverständnisse auszuschließen, soll hier noch einmal betont werden, daß es sich bei (39) und (48) nicht um Bilanzgleichungen für die durch Flächen- und Schichtdickeneinheit abgegrenzten Teilmassen handelt, sondern nur um Beiträge, die diese Teilmassen zu den globalen Bilanzen (19),(20), (37),(38) und (9),(28) liefern. Das ist auch durch die Punkte ... in (39) und (48) angedeutet worden. Für eine tatsächliche Energiebilanz für jeden einzelnen Gitterpunkt hätten auch alle Flußterme (Divergenzen der Transporte) berechnet werden müssen, sowie die Terme, die sich aus der Berücksichtigung des zweiten Gliedes der Reihenentwicklung von $p^{1+\kappa}$ (S. 17 unten) ergeben, welches ja nur durch die Flächenmittelung verschwindet. In diesem Sinne sind (39) und (48) Zerlegungen, welche räumliche Felddarstellungen der energetischen Größen ermöglichen, die an den globalen Bilanzen beteiligt sind. Die physikalische Interpretation der Formeln dieser Terme erfolgt im Ergebnisteil dieser Arbeit.

Bei dieser Zerlegung muß man sich manchmal zwischen mehreren Möglichkeiten entscheiden. Zum Beispiel hat SPETH (1969) zur Berechnung der Gitterpunktsbeiträge der Umwandlung zwischen kinetischer und verfügbarer potentieller Energie die Größen $(R/gp) \bar{\omega} \bar{T}^{\sim}$ bzw. $(R/gp) \omega \bar{T}^{\sim}$, also (42) und (51) berechnet, FECHNER (1970) dagegen hat die Größen $(R/gp) \bar{\omega} \bar{T}$ bzw. $(R/gp) \omega \bar{T}$ als Gitterpunktsbeiträge angesehen. Dies ist wegen $\bar{\omega} \bar{T}^{\sim} = \bar{\omega} \bar{T}$ bzw. $\omega \bar{T}^{\sim} = \omega \bar{T}$ ($\bar{\omega}=0!$) ebenso möglich. — Als Beiträge zu den globalen Transfers von kinetischer bzw. verfügbarer potentieller Energie zwischen großturbulentem und zonalem Scale hätte man anstelle von (43) bzw. (44) auch die Größen

$$\frac{1}{g} \overline{v_x' v_y'} \left[\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\tan \phi}{r} v_x \right] + \frac{1}{g} \overline{v_x' \omega'} \frac{\partial v_x}{\partial p} \quad \text{bzw.}$$

$$\frac{\gamma}{g} \overline{T' v_y'} \frac{\partial T^{\sim}}{\partial y} + \frac{\gamma}{g} \overline{T' \omega'} \left[\frac{\partial T^{\sim}}{\partial p} - \frac{R}{p c_p} T^{\sim} \right]$$

ansetzen können, denn der Transferterm der globalen Bilanz (19),(20) bzw. (37),(38) entsteht sowohl durch Flächenmittelung über (43) bzw. (44) als auch durch Flächenmittelung über die eben genannten Terme.

Schon die Zonalmittelwerte über die eben genannten Terme sind identisch mit den Zonalmittelwerten über (43) und (44). Daher tritt bei den Meri-

dionalschnitten im Ergebnisteil dieser Arbeit diese Mehrdeutigkeit nicht auf. Bei den Horizontalarstellungen werden die Beiträge gemäß (43) und (44) berechnet. Diese Ausdrücke haben den Vorteil, daß die lokale Struktur aller Variablen berücksichtigt wird, von denen die Transferterme abhängen. Bei den eben genannten Ausdrücken geht die lokale Struktur nur eines der beteiligten Grundfelder oder seines Gradienten ein. Will man, auch im Hinblick auf die beabsichtigte Filteranalyse, die räumlichen Scales aller beteiligten Grundfelder berücksichtigen, so muß man die Gitterpunktsbeiträge gemäß (43) und (44) berechnen. So wird auch ein Vergleich mit dem Ergebnis von SPETH (1969) ermöglicht, der die lokalen Beiträge zum globalen Transfer ebenso berechnet hat.

In Abb. 1 repräsentieren die Größen g_Z , g_E , d_Z , d_E diabatische Erzeugungs- und Vernichtungsterme. Sie werden in der vorliegenden Arbeit nicht berechnet. Die Größen a_Z , k_Z und c_Z hängen von den zonalgemittelten Grundfeldern $\bar{T}$, $\bar{\omega}$, $\bar{v}_x$, $\bar{v}_y$ ab. Sie beschreiben die Energetik der mittleren Bewegung, das heißt die Energetik des zonalen Grundstromes. Die übrigen Größen a_E , k_E , c_E bzw. t_A und t_K beschreiben die Energetik der großturbulenten Bewegung bzw. die Wechselwirkung der großturbulenten Bewegung mit dem zonalen Grundstrom. Diese fünf Größen hängen hauptsächlich ab von den Schwankungen T' , ω' , v'_x , v'_y der Grundfelder gegenüber ihren zonalen Mittelwerten.

Diese Schwankungsfelder können keine bestimmten atmosphärischen Vorgänge kennzeichnen, da sie die Summe aller Scales berücksichtigen. Die in Kap.1 beschriebene Methode wird nun so angewendet, daß mit Hilfe numerischer Filter bestimmte spektrale Spezifizierungen in den Schwankungsfeldern T' , ω' , v'_x , v'_y vorgenommen werden. Erst danach werden die Größen a_E , k_E , c_E , t_A und t_K gemäß (40) - (44) berechnet. So werden bestimmte scalegebundene meteorologische Vorgänge aus den großturbulenten energetischen Größen eliminiert.

3. NUMERISCHE FILTER

3.1 Zur Theorie eindimensionaler numerischer Filter

Die Möglichkeit der eindimensionalen Filteranalyse beruht auf den beiden Darstellungen einer Funktion $f(x)$ durch ein Fourier - Integral bzw. durch die Faltung mit der Diracschen Deltafunktion:

$$(55) \quad f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} dk F(k) e^{ikx}$$

$$(56) \quad f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} d\xi f(\xi) \delta(x-\xi)$$

sowie auf dem Satz, daß die Funktion e^{ikx} eine Eigenfunktion jedes beliebigen linearen Operators L_x ist, der auf eine von x abhängige Funktion wirkt:

$$(57) \quad L_x e^{ikx} = H(k) e^{ikx}$$

mit den Eigenwerten

$$(58) \quad H(k) = \int_{-\infty}^{\infty} dx G(x) e^{-ikx}; \quad G(x) = L_x \delta(x)$$

Wendet man nämlich L_x auf (55) bzw. auf (56) an, so folgt wegen der Linearität

$$(59) \quad L_x f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} dk H(k) F(k) e^{ikx} \quad \text{bzw.}$$

$$(60) \quad L_x f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} d\xi f(\xi) G(x-\xi)$$

(59) und (60) lassen sich beide als Filteroperationen deuten: Die Koeffizienten $F(k)$ der Fourier - Entwicklung werden mit den Faktoren $H(k)$ ("Frequenzcharakteristik des Filters") multipliziert, wenn die Funktion $f(x)$ mit der Funktion $G(x)$ ("Ortscharakteristik des Filters", "Gewichtsfunktion") gefaltet ("geglättet") wird. Der Zusammenhang zwischen Orts- und Frequenzcharakteristik ist durch (58) gegeben, d.h. es sind Fourier-transformierte voneinander.

Die Beziehung (58) wird oft benutzt, um den Einfluß einer bestimmten Gewichtsfunktion $G(x)$ auf das Frequenzverhalten der Funktion $f(x)$ zu untersuchen. BLECK (1965) dagegen hat die Fourier - Umkehrtransformation von (58)

$$(61) \quad G(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk H(k) e^{ikx}$$

dazu verwendet, um aus vorgegebenen Dämpfungsfaktoren $H(k)$ die Gewichtsfunktion $G(x)$ zu berechnen. Auf diese Weise ließen sich vorgegebene Filtereigenschaften realisieren, d.h. es ließen sich Filtergewichte berechnen, die einen bestimmten Scale definieren.

Die bisher angegebenen Formeln (55) - (61) sind für die Praxis nicht geeignet, da die zu filternden Funktionen $f(x)$ weder kontinuierlich noch im unendlichen Intervall definiert sind. Dementsprechend kann auch nur eine diskrete und auf endlichem Intervall definierte Gewichtsfunktion $G(x)$ verwendet werden. Die Funktion f sei im Intervall $[-a, a]$ an diskreten Stellen im Intervall Δx gegeben:

$$(62) \quad f(j\Delta x) = f(x_j) \quad , \quad j=-J, \dots, J \quad ; \quad a=J\Delta x \quad ; \quad x_{-j}=-x_j$$

Auf dem gleitenden Teilintervall $[-\epsilon, \epsilon]$ von $[-a, a]$ sei die Gewichtsfunktion definiert:

$$(63) \quad G(n\Delta x) = G(x_n) \quad , \quad n=-N, \dots, N \quad ; \quad \epsilon=N\Delta x$$

Die Fouriertransformation (58) ist im diskreten Fall zu ersetzen durch das lineare Gleichungssystem

$$(64) \quad H(k_v) = \sum_{n=-N}^N G(x_n) e^{ik_v x_n} \quad \text{mit} \quad k_v = \frac{\pi}{a} v \quad , \quad v=0, 1, 2, \dots$$

Die Frequenzcharakteristik ist nun durch die diskreten Amplitudendämpfungsfaktoren $H(k_v)$ gegeben. Sie bewirken nur dann keine Phasenverschiebung, wenn sie reell sind. Der Imaginärteil der rechten Seite von (64) verschwindet, wenn die Gewichte G reell sind und wenn $G(x_n) = G(x_{-n})$ ist. Eine phasentreue Filterung wird also durch eine gerade, reelle Ortscharakteristik erreicht. Gleichung (64) lautet in diesem Fall

$$(65) \quad H(k_v) = \sum_{n=0}^N g(x_n) \cos k_v x_n \quad \text{mit } g(x_n) = \begin{cases} G(x_n) & \text{für } n=0 \\ 2G(x_n) & \text{für } n \neq 0 \end{cases}$$

In Matrixform lautet diese Gleichung

$$(66) \quad \begin{pmatrix} H(k_0) \\ H(k_1) \\ H(k_2) \\ \vdots \\ H(k_v) \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & \cos k_1 x_1 & \cdots & \cos k_1 x_N \\ 1 & \cos k_2 x_1 & \cdots & \cos k_2 x_N \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & \cos k_v x_1 & \cdots & \cos k_v x_N \\ \vdots & \vdots & & \vdots \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} g(0) \\ g(x_1) \\ g(x_2) \\ \vdots \\ g(x_N) \end{pmatrix}$$

Symbolisch läßt sich (66) in der Form $\mathbf{h} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{g}$ schreiben. Die $N+1$ Spaltenvektoren von $\mathbf{M}$ bilden ein Basissystem, in dem ein Vektor $\mathbf{h}$ durch Linearkombination dargestellt wird. Die Komponenten von $\mathbf{h}$ sind die vorgegebenen Dämpfungsfaktoren, sie bilden die Frequenzcharakteristik des Filters. Die Komponenten des Lösungsvektors $\mathbf{g}$, d.h. die Koeffizienten der Linearkombination, bilden die gesuchten Filtergewichte, also die Ortscharakteristik. Der Auflösung von (66) nach $\mathbf{g}$ entspricht im kontinuierlichen Fall die Fourier - Umkehrtransformation (61).

Im diskreten Fall ist die Zahl $N+1$ der Basisfaktoren wegen $\varepsilon = N\Delta x$ durch die Größe des Filterintervalls 2ε und der Maschenweite Δx festgelegt. In der so festgelegten Basis ist daher auch nur ein $N+1$ - dimensionaler Vektor $\mathbf{h}$ eindeutig darstellbar. Es lassen sich also nur $N+1$ Dämpfungsfaktoren $H(k_v)$ frei vorgeben, so daß sich nicht jede Filtereigenschaft realisieren läßt. Gibt man weniger als $N+1$ Dämpfungsfaktoren $H(k_n)$ vor, so ist $\mathbf{h}$ ein Vektor in einem Raum mit weniger als $N+1$ Dimensionen. Die $N+1$ Spaltenvektoren von $\mathbf{M}$ können dann nicht mehr linear unabhängig sein, so daß die Linearkombination und damit der Lösungsvektor $\mathbf{g}$ mehrdeutig ist.

BLECK (1965) hat zur Berechnung der $N+1$ Filtergewichte $G(x_n)$ mehr als $N+1$ Dämpfungsfaktoren $H(k_n)$ vorgegeben, um möglichst viele Wellenzahlen gezielt beeinflussen zu können. In diesem Fall reicht natürlich die Zahl der Spalten-

vektoren von $\mathbb{M}$ nicht aus, um eine Basis für $\mathbb{h}$ zu bilden. Daher muß zu dem höherdimensionalen Vektor $\mathbb{h}$ ein ebenfalls höherdimensionaler Fehlervektor $\mathbb{r}$ addiert werden, welcher in den $N+1$ - dimensionalen Unterraum zurückführt:

$$\mathbb{h} + \mathbb{r} = \mathbb{M} \cdot \mathbf{g}$$

Das Ziel ist nun, durch einen Lösungsvektor $\mathbf{g}$ den $N+1$ - dimensionalen Vektor $\mathbb{h} + \mathbb{r}$ so darzustellen, daß er dem höherdimensionalen Vektor $\mathbb{h}$ möglichst ähnelt. Das erreicht man zum Beispiel durch die Gaußsche Minimumsbedingung $|\mathbb{r}| = \text{Minimum}$. Ein sehr einfaches Beispiel möge das erläutern (Abb.3):



Abb.3 Zweidimensionaler Vektor $\mathbb{h}$ und eindimensionale Basis $\mathbb{M}$ (..... = eindim. Unterraum)

Der Vektor $\mathbb{h}$ und der Fehlervektor $\mathbb{r}$ seien Vektoren im zweidimensionalen Raum. Gegeben ist jedoch nur ein eindimensionaler Basisvektor $\mathbb{M}$. Durch Linearkombinationen mit $\mathbb{M}$ erhält man jeden beliebigen Vektor des eindimensionalen Unterraumes, in welchem also $\mathbb{h} + \mathbb{r}$ ebenfalls liegen muß. Für eine bestimmte (die gesuchte) Linearkombination ist $|\mathbb{r}| = \text{Minimum}$.

Ist $L+1$ die Anzahl der vorgegebenen Dämpfungsfaktoren mit $L > N$, so folgt die ausführliche Form von $\mathbb{h} + \mathbb{r} = \mathbb{M} \cdot \mathbf{g}$ analog (66):

$$(67) \quad \begin{pmatrix} H(k_0) \\ H(k_1) \\ \vdots \\ H(k_L) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r(k_0) \\ r(k_1) \\ \vdots \\ r(k_L) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \cos k_1 x_1 & \dots & \cos k_1 x_N \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & \cos k_L x_1 & \dots & \cos k_L x_N \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} g(0) \\ g(x_1) \\ \vdots \\ g(x_N) \end{pmatrix}$$

mit

$$(68) \quad \sum_{v=0}^L r^2(k_v) = \text{Minimum}$$

Die Matrix $\mathbb{M}$ in (67) ist nicht quadratisch, sie enthält mehr Zeilen als Spalten. Das bedeutet, daß die Anzahl der Basisvektoren geringer ist als die Anzahl ihrer Komponenten. Daher sind nicht alle $L+1$ Komponenten der Basisvektoren unabhängig voneinander, sondern nur $N+1$. Das gleiche gilt

daher auch für den Vektor $h+r$. Er liegt also, wie gefordert, im $N+1$ - dimensionalen Unterraum.

Der Mittelwert der zu filternden Funktion (62) auf dem Intervall $[-a,a]$ sollte durch die Filterung nicht verändert werden. Um das zu erreichen, genügt es nicht, in (67) den Amplitudendämpfungsfaktor $H(k_0) = H(0) = 1$ vorzugeben, da auch diese Vorgabe nur approximativ erfüllt wird. In der ersten der $L+1$ Gleichungen des Systems (67) ist also zusätzlich die Fehlerkomponente $r(k_0) = 0$ zu setzen:

$$(69) \quad H(k_0) = \sum_{n=0}^N g(x_n) \quad \text{mit} \quad H(k_0) = H(0) = 1$$

Gleichung (69) wird von jeder der Gleichungen aus (67) subtrahiert. Dabei geht zum Beispiel die zweite Gleichung:

$$H(k_1) + r(k_1) = \sum_{n=0}^N \cos k_1 x_n g(x_n)$$

über in

$$\begin{aligned} H(k_1) - H(k_0) + r(k_1) &= \sum_{n=0}^N (\cos k_1 x_n - 1) g(x_n) \\ &= \sum_{n=1}^N (\cos k_1 x_n - 1) g(x_n) \end{aligned}$$

Die neue Matrixgleichung lautet also

$$(70) \quad \begin{pmatrix} H(k_1) - H(k_0) \\ \vdots \\ H(k_L) - H(k_0) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r(k_1) \\ \vdots \\ r(k_L) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\cos k_1 x_1 - 1) & \dots & (\cos k_1 x_N - 1) \\ \vdots & & \vdots \\ (\cos k_L x_1 - 1) & \dots & (\cos k_L x_N - 1) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} g(x_1) \\ \vdots \\ g(x_N) \end{pmatrix}$$

mit

$$(71) \quad \sum_{n=1}^L r^2(k_n) = \text{Minimum}$$

Das System (70), (71) gestattet die Berechnung von N Gewichten $g(x_n)$, $n=1,2,\dots,N$, welche $L > N$ vorgegebene Frequenzcharakteristiken $H(k_n)$, $n=1,2,\dots,L$ approximativ realisieren. Das Gewicht $g(x_0)$ gewinnt

man direkt aus (69). Für $L = N$ verschwindet der Fehlervektor. Ob man jedoch N Dämpfungsfaktoren $H(k_n)$ exakt oder $L > N$ Dämpfungsfaktoren approximativ realisiert, in keinem Falle ist es möglich, alle auftretenden Faktoren $H(k_n)$ zu beeinflussen, welche in der diskreten Form von (59) auftreten würden. Stets bleiben alle nicht vorgegebenen $H(k_n)$ durch das System (70) gebunden. Auch das ist geometrisch unmittelbar einleuchtend: Die nicht vorgegebenen $H(k_n)$ vergrößern zwar die Zahl der Komponenten des Vektors h bzw. $h+r$, sie vergrößern aber nicht seine Dimensionszahl, wie im Anschluß an (67) bereits erläutert wurde. Die Zahl der Basisvektoren bleibt N , und das ist auch die größtmögliche Zahl der unabhängigen (also ungebundenen!) Komponenten.

3.2 Zur Theorie zweidimensionaler numerischer Filter

Zur Filterung eines diskreten zweidimensionalen Feldes, welches in einem Bereich mit den Grenzen $\pm a, \pm b$ definiert ist:

$$(72) \quad f(j_1 \Delta x, j_2 \Delta x) = f(x_{j_1}, x_{j_2}), \quad j_1 = -J_1, \dots, J_1, \quad j_2 = -J_2, \dots, J_2 ; \\ a = J_1 \Delta x, \quad b = J_2 \Delta x$$

müssen im gleitenden Teilbereich in den Grenzen $\pm \epsilon, \pm n$ diskrete Filtergewichte

$$(73) \quad G(n \Delta x, m \Delta x) = G(x_n, x_m), \quad n = -N, \dots, N, \quad m = -M, \dots, M ; \\ \epsilon = N \Delta x, \quad n = M \Delta x$$

berechnet werden. Die zugehörige Frequenzcharakteristik berechnet sich nach der Formel entsprechend (64)

$$(74) \quad H(k_v, k_\mu) = \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-M}^M G(x_n, x_m) e^{i(k_v x_n + k_\mu x_m)} \quad \text{mit } k_v = \frac{2\pi}{a} v, \quad k_\mu = \frac{2\pi}{b} \mu, \\ v, \mu = 0, 1, 2, \dots$$

Wie in (64), so soll auch in (74) das Verschwinden des Imaginärteiles der komplexen Gleichung gefordert werden, damit die Amplitudendämpfungsfaktoren eine phasentreue Filterung bewirken. Die reelle Form analog (65) erhält man aus der Forderung, daß jede Spalte und jede Zeile der Matrix $G(x_n, x_m)$ gerade ist bezüglich des mittleren Wertes:

$$G(x_n, x_m) = G(-x_n, x_m) = G(x_n, -x_m) = G(-x_n, -x_m)$$

Damit geht (74) über in

$$(75) \quad H(k_\nu, k_\mu) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=-M}^M g_{nm} \cos(k_\nu x_n + k_\mu x_m) \quad \text{mit} \quad g_{nm} = \begin{cases} G(x_n, x_m) & \text{für } n=0 \\ 2G(x_n, x_m) & \text{für } n \neq 0 \end{cases}$$

Hier ist die Eulersche Formel benutzt worden in der Form

$$\begin{aligned} e^{i(k_\nu x_n + k_\mu x_m)} + e^{i(k_\nu (-x_n) + k_\mu (-x_m))} &= 2 \cos(k_\nu x_n + k_\mu x_m) \quad \text{für } n \neq 0 \\ e^{ik_\mu x_m} + e^{ik_\mu (-x_m)} &= 2 \cos k_\mu x_m \quad \text{für } n=0 \end{aligned}$$

Die geforderte Geradheit der Spalten und Zeilen von $G(x_n, x_m)$ reduziert die Anzahl der unabhängigen Gewichte von $(2N+1)(2M+1)$ auf $(N+1)(M+1)$. Es sind also nicht alle Gewichte g_{nm} , $n=0, \dots, N$, $m=-M, \dots, M$ in (75) verschieden, weil die Geradheit der Matrix $G(x_n, x_m)$ im zweiten Index noch nicht ausgenutzt worden ist. Dies läßt sich mit Hilfe der trigonometrischen Umformung

$$\cos(k_\nu x_n + k_\mu x_m) + \cos(k_\nu x_n + k_\mu (-x_m)) = 2 \cos k_\nu x_n \cos k_\mu x_m$$

jedoch tun. Man erhält so die Alternativdarstellung von (75)

$$(76) \quad \begin{aligned} H(k_\nu, k_\mu) &= \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^M \gamma_{nm} \cos k_\nu x_n \cos k_\mu x_m \\ \text{mit } \gamma_{nm} &= \begin{cases} G_{nm} & \text{für } n=0, m=0 \\ 2G_{nm} & \text{für } n=0, m \neq 0 \\ 2G_{nm} & \text{für } n \neq 0, m=0 \\ 4G_{nm} & \text{für } n \neq 0, m \neq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

(76) läßt sich natürlich auch direkt aus (74) gewinnen, wie der Vollständigkeit halber hier noch angedeutet werden soll. Aus (74) folgt

$$\begin{aligned} H(k_\nu, k_\mu) &= G_{00} + \sum_{\substack{n=-N \\ n \neq 0}}^N G_{n0} e^{ik_\nu x_n} + \sum_{\substack{m=-M \\ m \neq 0}}^M G_{0m} e^{ik_\mu x_m} \\ &= \sum_{\substack{n=-N \\ n \neq 0}}^N \left[\sum_{m=1}^M G_{nm} e^{ik_\nu x_n} e^{ik_\mu x_m} + \sum_{m=1}^M G_{nm} e^{ik_\nu x_n} e^{ik_\mu (-x_m)} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= G_{00} + \sum_{n=1}^N 2 G_{n0} \cos k_v x_n + \sum_{m=1}^M 2 G_{0m} \cos k_u x_m \\
 &= \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M 2 G_{nm} e^{ik_v x_n} \cos k_u x_m + \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M 2 G_{nm} e^{ik_v (-x_n)} \cos k_u x_m
 \end{aligned}$$

und hieraus folgt (76) unmittelbar.

Ein beliebiger aber fester Dämpfungsfaktor $H(k_v, k_u)$ beeinflusst die Amplitude der ebenen Welle, deren Wellenlänge $2\pi/\sqrt{k_v^2 + k_u^2}$ ist und deren Wellenfront die Neigung $\alpha = \arctan(k_v/k_u)$ hat. Speziell beeinflussen die Faktoren $H(0, \sqrt{2}k_v)$, $H(k_v, k_v)$ und $H(\sqrt{2}k_v, 0)$ Wellenlängen mit der gleichen Wellenlänge $2\pi/\sqrt{2}k_v$, die Wellenfronten dieser drei Wellen schließen jedoch jeweils einen Winkel von 45° ein, denn es ist

$$\begin{aligned}
 \arctan 0 &= 0^\circ \\
 \arctan 1 &= 45^\circ \\
 \arctan \infty &= 90^\circ
 \end{aligned}$$

Für einen isotropen Filter, also für einen Filter, dessen Frequenzcharakteristik nur von der Länge der ebenen Welle und nicht von dessen Richtung abhängt, muß gelten

$$(77) \quad H(0, \sqrt{2}k_v) = H(k_v, k_v) = H(\sqrt{2}k_v, 0)$$

Diese Forderung ist natürlich nicht hinreichend für Isotropie. BLECK (1965) hat jedoch mit der notwendigen Forderung (77) einen Grad von Isotropie erzielt, der für praktische Zwecke ausreicht. Aus (75) folgt

$$\begin{aligned}
 H(\sqrt{2}k_v, 0) &= \sum_{n=0}^N \sum_{m=-M}^M g_{nm} \cos(\sqrt{2}k_v x_n) \\
 H(0, \sqrt{2}k_v) &= \sum_{n=0}^N \sum_{m=-M}^M g_{nm} \cos(\sqrt{2}k_v x_m)
 \end{aligned}$$

Nach (77) müssen diese beiden Ausdrücke gleich sein:

$$\sum_{n=0}^N \sum_{m=-M}^M g_{nm} (\cos \sqrt{2}k_v x_n - \cos \sqrt{2}k_v x_m) = 0$$

Hieraus ergeben sich die Bedingungen

$$(78) \quad N = M \quad \text{und} \quad g_{nm} = g_{mn}$$

welche auch auf anschauliche Weise die Symmetrie bezüglich einer 90° - Drehung zeigen. Damit läßt sich (76) schreiben

$$\begin{aligned}
 H(k_\nu, k_\mu) &= \sum_{n=0}^N \left[\sum_{m=0}^n \Gamma_{nm} \cos k_\nu x_n \cos k_\mu x_m \right] \quad \text{mit} \\
 \Gamma_{nm} &= \gamma_{nm} \quad \text{für } n=m \\
 (79) \quad &= 2\gamma_{nm} \quad \text{für } n \neq m \quad \text{oder} \\
 \Gamma_{nm} &= G_{nm} \quad \text{für } n=m=0 \\
 &= 4G_{nm} \quad \text{für } n=0 \text{ oder } m=0, n \neq m \\
 &= 4G_{nm} \quad \text{für } n \neq 0 \text{ und } m \neq 0, n=m \\
 &= 8G_{nm} \quad \text{für } n \neq 0 \text{ und } m \neq 0, n \neq m
 \end{aligned}$$

Mit der Forderung (78) ist eine weitere Reduzierung der unabhängigen Gewichte verbunden. Von den $(N+1)(M+1)$ verschiedenen Gewichten γ_{nm} aus (76) sind nun nur noch $(N+1)^2/2 + (N+1)/2 = (N+1)(N+2)/2$ Gewichte Γ_{nm} in (79) voneinander unabhängig. (Der Summand $(N+1)/2$ entsteht deshalb, weil die Bedingung $g_{nm}=g_{mn}$ auf die Diagonalelemente keine Einschränkung bedeutet). $(N+1)(N+2)/2$ ist auch die Anzahl der Gleichungen des Systems (79), so daß man ebensoviele Dämpfungsfaktoren $H(k_\nu, k_\mu)$ vorgeben kann zur eindeutigen Bestimmung der Gewichte Γ_{nm} .

Man ist zwar frei in der Auswahl der vorzugebenden Faktoren, aber es wäre unpraktisch, z.B. im Falle $N=2$ die sechs Faktoren $H(0,0)$, $H(k_1,0)$, ... , $H(k_5,0)$ vorzugeben, da dann z.B. der Dämpfungsfaktor $H(k_1, k_1)$ in der 45° - Richtung der Frequenzebene schon gebunden wäre. Um die notwendige Isotropieforderung (77) auch für die 45° - Richtung auszunutzen, gibt man den Faktor $H(k_1, k_1)$ zusammen mit $H(\sqrt{2}k_1, 0)$ vor, und beide Faktoren bekommen den gleichen Wert H_1 vorgeschrieben. Ebenso gibt man $H(k_2, k_2)$ zusammen mit $H(\sqrt{2}k_2, 0)$ mit dem gemeinsamen Wert H_2 usw. So erzwingt man neben der in (79) bereits "eingearbeiteten" 90° - Isotropie auch eine 45° - Isotropie. Das System (79) lautet nun

$$\begin{aligned}
 H_\nu &= \sum_{n=0}^N \left[\sum_{m=0}^n \Gamma_{nm} \cos k_\nu x_n \cos k_\nu x_m \right] \\
 (80) \quad H_\nu &= \sum_{n=0}^N \left[\sum_{m=0}^n \Gamma_{nm} \cos \sqrt{2} k_\nu x_n \right]
 \end{aligned}$$

Entsprechend der geometrischen Interpretation im Anschluß an (65), (66)

bilden die trigonometrischen Funktionen von (80) ein $(N+1)(N+2)/2$ - dimensionales Basissystem, in dem der Vektor $\begin{pmatrix} H_0 \\ H_1 \\ H_1 \\ H_2 \\ H_2 \\ \vdots \end{pmatrix}$ durch die Koeffizienten $\begin{pmatrix} \Gamma_{00} \\ \Gamma_{10} \\ \Gamma_{11} \\ \Gamma_{20} \\ \Gamma_{21} \\ \vdots \end{pmatrix}$

dargestellt wird. Will man mehr als $(N+1)(N+2)/2$ Dämpfungsfaktoren vorgeben, also einen höherdimensionalen Vektor darstellen, als die Basis zuläßt, so muß man auch hier einen Fehlervektor r addieren, der in den $(N+1)(N+2)/2$ - dimensionalen Unterraum zurückführt, und diesen Fehlervektor einer Minimumsbedingung unterwerfen. Das hat wieder zur Folge, daß die vorgegebenen Dämpfungen H_v , also leider auch $H_0 = H(0,0) = 1$, nur näherungsweise durch die berechneten Gewichte Γ_{nm} realisiert werden. Aus diesem Grunde wird analog zu (69), (70) die Bedingung

$$(81) \quad H_0 = \sum_{n=0}^N \left[\sum_{m=0}^n \Gamma_{nm} \right] = 1$$

verwendet, d.h. die erste Komponente des Fehlervektors soll verschwinden.

Damit lautet das System bei Vorgabe von $2L$ Dämpfungsfaktoren $H_v = H(k_v, k_v) = H(\sqrt{2}k_v, 0)$:

$$H_v - H_0 + r_v = \sum_{n=1}^N \left[\sum_{m=0}^n \Gamma_{nm} (\cos k_v x_n \cos k_v x_m - 1) \right]$$

$$(82) \quad H_v - H_0 + r_{v+L} = \sum_{n=1}^N \left[\sum_{m=0}^n \Gamma_{nm} (\cos \sqrt{2}k_v x_n - 1) \right]$$

$$\text{mit } \sum_{\mu=1}^{2L} r_{\mu}^2 = \text{Minimum; } 2L > (N+1)(N+2)/2 - 1$$

Das Gewicht Γ_{00} ergibt sich dann unmittelbar aus (81). In Matrixform lautet dieses System

$$Ih + r = M \cdot g$$

oder ausführlich:

(83)

$$\begin{pmatrix} H_1 - H_0 \\ H_2 - H_0 \\ \vdots \\ H_L - H_0 \\ H_1 - H_0 \\ H_2 - H_0 \\ \vdots \\ H_L - H_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_L \\ r_{L+1} \\ r_{L+2} \\ \vdots \\ r_{2L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos k_1 x_1^{-1} & \cos k_1 x_1 \cos k_1 x_1^{-1} & \cos k_1 x_2^{-1} & \cos k_1 x_2 \cos k_1 x_1^{-1} & \cos k_1 x_2 \cos k_1 x_2^{-1} & \cos k_1 x_3^{-1} & \dots \\ \cos k_2 x_1^{-1} & \cos k_2 x_1 \cos k_2 x_1^{-1} & \cos k_2 x_2^{-1} & \cos k_2 x_2 \cos k_2 x_1^{-1} & \cos k_2 x_2 \cos k_2 x_2^{-1} & \cos k_2 x_3^{-1} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos k_L x_1^{-1} & \cos k_L x_1 \cos k_L x_1^{-1} & \cos k_L x_2^{-1} & \cos k_L x_2 \cos k_L x_1^{-1} & \cos k_L x_2 \cos k_L x_2^{-1} & \cos k_L x_3^{-1} & \dots \\ \cos \sqrt{2} k_1 x_1^{-1} & \cos \sqrt{2} k_1 x_1^{-1} & \cos \sqrt{2} k_1 x_2^{-1} & \cos \sqrt{2} k_1 x_2^{-1} & \cos \sqrt{2} k_1 x_2^{-1} & \cos \sqrt{2} k_1 x_3^{-1} & \dots \\ \cos \sqrt{2} k_2 x_1^{-1} & \cos \sqrt{2} k_2 x_1^{-1} & \cos \sqrt{2} k_2 x_2^{-1} & \cos \sqrt{2} k_2 x_2^{-1} & \cos \sqrt{2} k_2 x_2^{-1} & \cos \sqrt{2} k_2 x_3^{-1} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos \sqrt{2} k_L x_1^{-1} & \cos \sqrt{2} k_L x_1^{-1} & \cos \sqrt{2} k_L x_2^{-1} & \cos \sqrt{2} k_L x_2^{-1} & \cos \sqrt{2} k_L x_2^{-1} & \cos \sqrt{2} k_L x_3^{-1} & \dots \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Gamma_{10} \\ \Gamma_{11} \\ \Gamma_{20} \\ \Gamma_{21} \\ \Gamma_{22} \\ \Gamma_{30} \\ \vdots \\ \Gamma_{NN} \end{pmatrix}$$

3.3 Zur praktischen Berechnung der numerischen Filter

Nach einem zu (83) äquivalenten Schema hat BLECK (1965) zweidimensionale numerische Filter berechnet, und zwar mit den Werten $N=2$, $L=5$ in einer ersten und mit den Werten $N=2$, $L=10$ in einer zweiten Version. Diese Auswahl der Werte von N und L stellt einen Kompromiß dar:

Bei gegebenem N , also bei festgelegter Größe des Filterintervalls, muß ein günstiger Wert für L gefunden werden. Setzt man $2L$ nur wenig größer als $(N+1)(N+2)/2 - 1$, so lassen sich zwar die geforderten Faktoren $H(k_v, k_v) = H(\sqrt{2}k_v, 0)$ recht genau realisieren, aber man gibt nur wenige solcher Faktoren vor. Erhöht man die Zahl $2L$ der vorgegebenen Faktoren, so kann man zum Beispiel einen steileren Verlauf der Frequenzcharakteristik darstellen. Von einem bestimmten Wert von $2L$ an verkehrt sich dieser Vorteil in einen Nachteil, weil dann trotz der Minimierung des Fehlervektors die für die Dämpfungsfaktoren zu fordernden Toleranzgrenzen überschritten werden.

Die Vorgabe eines stufenförmigen Verlaufes der Dämpfungsfaktoren wäre nicht sinnvoll, weil diese Frequenzcharakteristik mit endlich vielen Filtergewichten nicht erreicht werden kann. Zum Beispiel folgt aus (61), daß $G(x)$ bei einem stufenförmigen Verlauf von $H(k)$ die Form einer gedämpften Sinusschwingung annimmt. Diese kann in einem endlichen Intervall nur sehr unvollkommen wiedergegeben werden.

Auch bei der Auswahl der Größe des Filterintervalls ist ein Kompromiß zu schließen. Eine Vergrößerung von N bewirkt zwar auch eine Vergrößerung des optimalen Wertes von $2L$, aber der numerische Aufwand steigt dabei in starkem Maße, und zwar sowohl bei der Berechnung der Filtergewichte als auch bei ihrer späteren Anwendung. Das Filterintervall setzt sich aus $(2N+1)^2$ Filtergewichten zusammen. Daher sind bei Verwendung der mit $N=2$ berechneten Gewichte für jeden Punkt des zu filternden Feldes 25 Multiplikationen durchzuführen. Für $N=3$ ergeben sich schon 49 Multiplikationen für jeden Punkt. Ein wesentlicher Vorteil der Filteranalyse gegenüber der Spektralanalyse liegt in der größeren Ökonomie, man muß jedoch aufpassen, daß man diesen Vorteil nicht durch die Wahl eines zu großen Filterintervalls aufhebt. Unter diesem Gesichtspunkt ist die Wahl $N=2$ ein guter Kompromiß.

Im baroklinen Modell des DWD ist $g=381$ km, so daß sich die Grenzwellenlängen 1270 km, 1524 km, 1905 km, 2540 km ergeben. Man kann jedoch die Grenzwellenlänge der Filter verdoppeln, verdreifachen usw., indem man nur jeden zweiten, dritten usw. Gitterpunkt des Feldes ausnutzt. Dieses Verfahren wird im nächsten Kapitel näher beschrieben.

Die folgende Abbildung zeigt die durch die Vorgaben (84) - (87) erreichten Filterwirkungen.

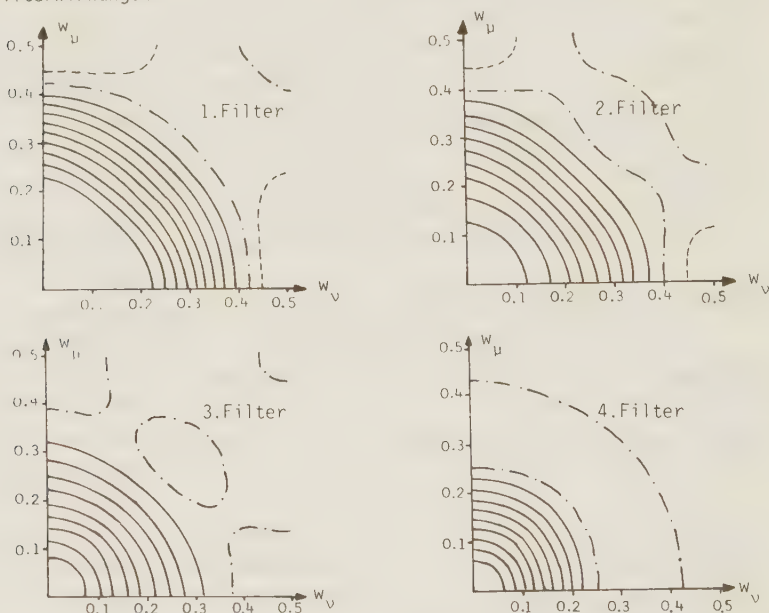


Abb.4 Isolinien der Dämpfungsfunktion $H(k_v, k_u)$ bei Vorgabe der Dämpfungsfaktoren H_v gemäß (84)-(87). $w_i = g\sqrt{2}k_i/2$ = Wellenzahl im Gitterintervall g (Nach BLECK (1965))

Wie man sieht, ergeben sich leichte, für die Praxis wenig bedeutsame Abweichungen von der vollkommenen Isotropie. Die folgende Darstellung zeigt einen Schnitt durch die über die Winkel gemittelten zweidimensionalen Dämpfungsfunktionen. Ferner sind die vorgegebenen Dämpfungsfaktoren aus (84) - (87) eingezeichnet.

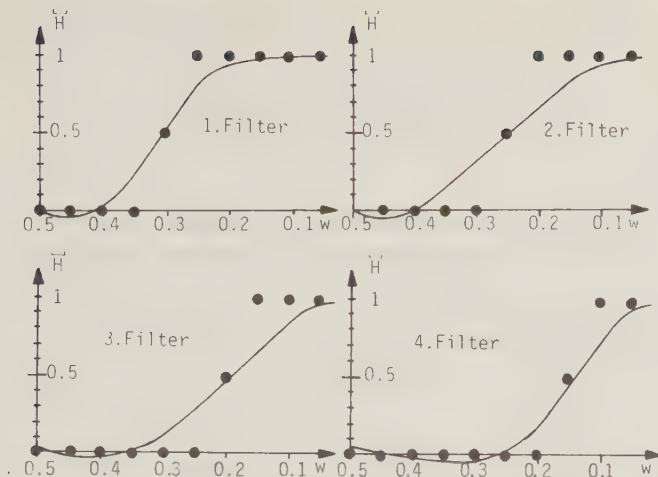


Abb. 5 Schnitte durch Richtungsmittel $\bar{H}$ der Dämpfungsfunktion. Wellenzahlen w pro Gitterintervall g in linearer Teilung. ●: Die in (84)-(87) vorgegebenen Werte für die Dämpfungsfaktoren.

Die gleichen Schaubilder sind in der nächsten Abbildung mit $g=381$ km und linearer Teilung der Wellenlänge wiedergegeben.

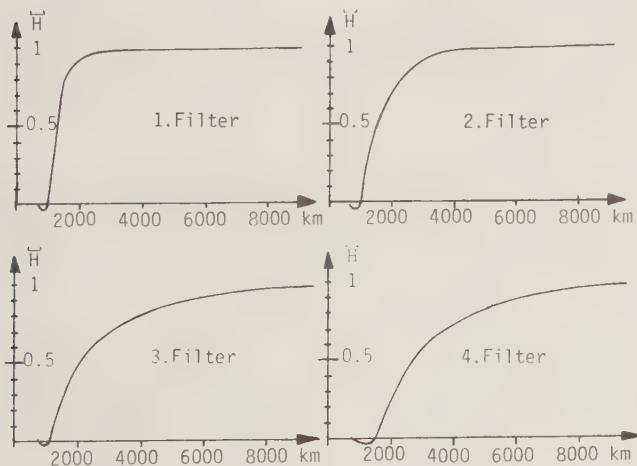


Abb.6 Wie Abb.5, $g=381$ km, Wellenlänge in linearer Teilung.

Die Filtergewichte G_{nm} , welche zu diesem Frequenzverhalten führen, sind

1. Filter

$$(88) \quad \begin{array}{lll} G_{00} = 0.275020 & G_{01} = 0.175338 & G_{02} = -0.004785 \\ G_{11} = 0.085365 & G_{12} = -0.026692 & G_{22} = -0.021289 \end{array}$$

2. Filter

$$(89) \quad \begin{array}{lll} G_{00} = 0.205212 & G_{01} = 0.132907 & G_{02} = 0.013664 \\ G_{11} = 0.082108 & G_{12} = -0.003968 & G_{22} = -0.022046 \end{array}$$

3. Filter

$$(90) \quad \begin{array}{lll} G_{00} = 0.038499 & G_{01} = 0.090212 & G_{02} = 0.030215 \\ G_{11} = 0.069794 & G_{12} = 0.018348 & G_{22} = -0.011543 \end{array}$$

4. Filter

$$(91) \quad \begin{array}{lll} G_{00} = 0.077869 & G_{01} = 0.055671 & G_{02} = 0.041523 \\ G_{11} = 0.054324 & G_{12} = 0.035710 & G_{22} = 0.007595 \end{array}$$

Diese Gewichte G_{nm} ergeben sich gemäß (79) aus den nach (83) berechneten r_{nm} und werden nach folgendem Schema zu einem gleitenden 25-Punkte Filterintervall angeordnet:

$$(92) \quad \begin{array}{cccccc} G_{22} & G_{12} & G_{02} & G_{12} & G_{22} \\ G_{12} & G_{11} & G_{01} & G_{11} & G_{12} \\ G_{02} & G_{01} & G_{00} & G_{01} & G_{02} \\ G_{12} & G_{11} & G_{01} & G_{11} & G_{12} \\ G_{22} & G_{12} & G_{02} & G_{12} & G_{22} \end{array}$$

Entsprechend (79) treten G_{00} ein Mal, G_{01} , G_{11} , G_{22} vier Mal und G_{12} acht Mal auf.

4. DIE DURCHFÜHRUNG DER DIAGNOSE ENERGETISCHER FELDER

4.1 Übersicht

Die Ausgangsdaten der in dieser Arbeit dargestellten energetischen Berechnungen (Abb. 7) sind sechsstündige Prognosen des baroklinen Modells des Deutschen Wetterdienstes (DWD-Modell). Es handelt sich um die Modellversion, welche bis Ende 1973 im Routineeinsatz war (EDELMAHN 1968). Das FORTRAN-Programm für den Prognoselauf dieses Modells ist von BLUMHAGEN, KLINKER, ROSE, STRAUCH (1972) für den Rechner CDC Cyber 70 des Rechenzentrums der Freien Universität eingerichtet worden. Ferner sind die vom DWD initialisierten Ausgangsdaten einiger ausgewählter Wetterlagen für Cyber 70 adaptiert worden, so daß die Prognosen gerechnet werden konnten. Die so entstandenen Felder von $\theta, \dot{\sigma}, v_{\xi}, v_{\eta}, p_0$ und Φ bilden die Grundlage der im Folgenden dargestellten Berechnungen.

4.2 Die Aufbereitung der Ausgangsfelder

Um die Größen (40) - (44) sowie (49) - (51) berechnen zu können, benötigt man die Temperatur T , die generalisierte Vertikalgeschwindigkeit $\omega = dp/dt$ und die Windkomponenten v_x, v_y auf isobaren Flächen. Diese Voraussetzungen müssen vor den energetischen Berechnungen erst geschaffen werden.

Die Nordhemisphäre wird stereographisch auf die Ebene abgebildet, welche die Erdkugel in 60 N schneidet. In dieser stereographischen Ebene befindet sich ein kartesisches Gitter mit achteckiger Umrandung bei etwa 10 N - 15 N. Die vertikale Auflösung geschieht durch sechs Schichten in den Höhen $\sigma = p/p_0 = 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$.

In diesem dreidimensionalen Gitter stehen folgende Größen zur Verfügung: Die potentielle Temperatur θ , die generalisierte Vertikalgeschwindigkeit $\dot{\sigma}$, die kartesischen Komponenten v_{ξ}, v_{η} des horizontalen Windfeldes, das Geopotential Φ , der Coriolisparameter f sowie der Maßstabsfaktor m der stere-

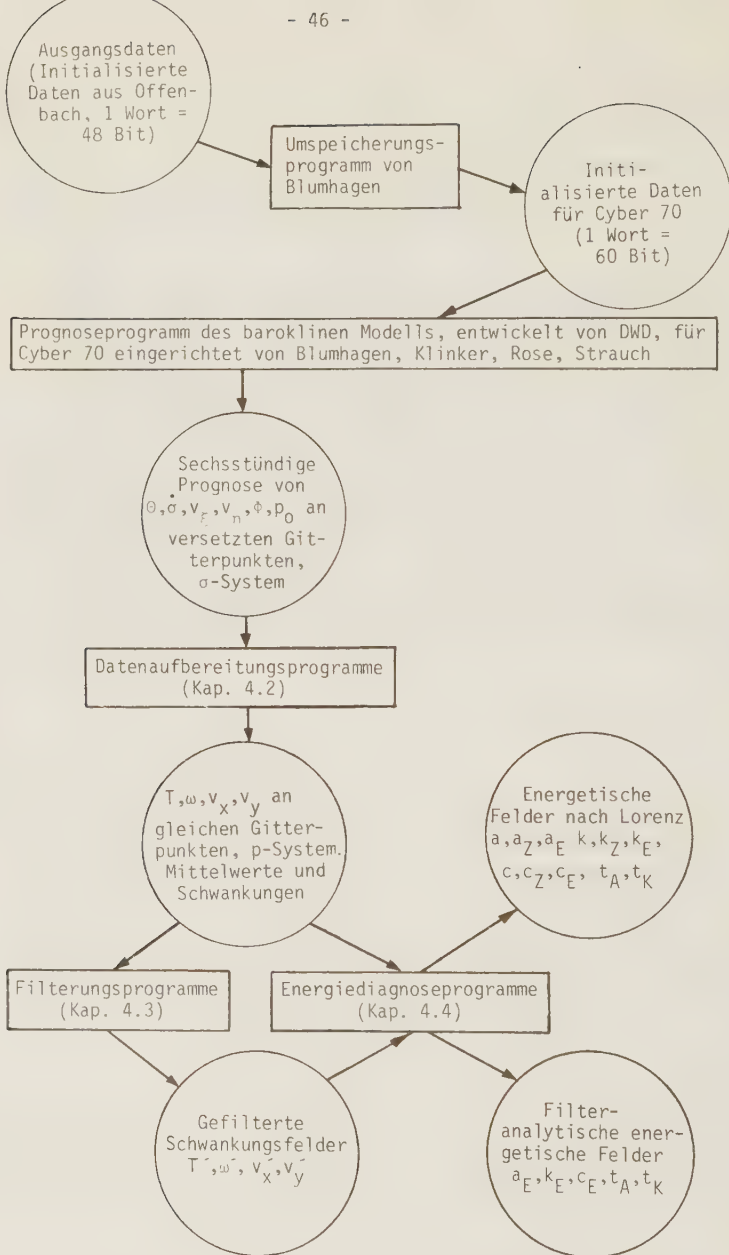


Abb.7 Verarbeitung der vom DWD übersendeten Datenbänder

ographischen Projektion. Dieser Maßstabsfaktor wird jedoch im DWD-Modell zugunsten der Rechenökonomie in den Breiten südlich von etwa 27 N willkürlich verändert, so daß er dort nicht mehr den geometrischen Verhältnissen entspricht. Da der Maßstabsfaktor für mehrere Umrechnungen im Rahmen der Datenaufbereitung benötigt wird, wurde er nicht direkt verwendet sondern aus der Geometrie der stereographischen Projektion neu berechnet.

Die genannten Größen liegen meist nicht an den Gitterpunkten selbst vor, sondern die Werte sind in verschiedener Weise um halbe Gitterabstände horizontal und/oder vertikal versetzt. Die Art der Versetzung ist bei geraden und ungeraden Zeitschritten verschieden. Abb.8 erläutert die Verhältnisse bei geraden Zeitschritten, zu denen alle diagnostischen Berechnungen durchgeführt wurden.

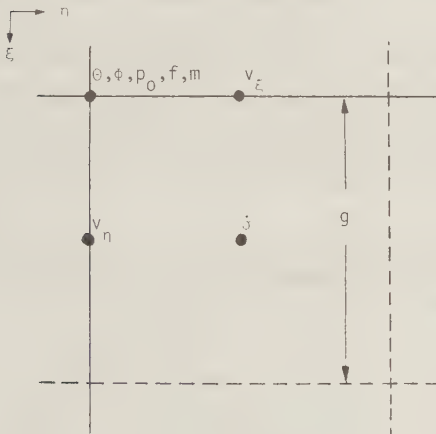


Abb.8 Horizontalstruktur bei geraden Zeitschritten

Aufbereitung des Temperaturfeldes

Die Temperatur T läßt sich aus den im Modell zur Verfügung stehenden Größen θ , σ und p_0 berechnen nach der Formel

$$(93) \quad T = \theta \left(\sigma \frac{p_0}{1000} \right)^{R/c_p}$$

Horizontale Interpolationen sind hier nicht erforderlich, da θ und p_0 an den Gitterpunkten selbst definiert sind (vergl. Abb. 8). Es müssen jedoch vertikale Interpolationen von den Flächen $\sigma = \text{const.}$ auf Flächen $p = \text{const.}$ durchgeführt werden, da die Formeln (40) - (44) und (49) - (51) nur ausgewertet werden können, wenn Mittelwerte und Schwankungen auf Druckflächen bestimmt werden. Auf welche Druckflächen man die Grundfelder interpoliert, ist zunächst beliebig. Es wurden jedoch solche Druckflächen gewählt, für die der Interpolationsfehler für die Vertikalgeschwindigkeit am geringsten ist, den die Vertikalgeschwindigkeit ist

$$\theta, \phi, v_{\xi}, v_{\eta} \text{ ————— } \sigma=0.1=\sigma(1)$$

$$\begin{array}{l} \sigma \text{ ----- } \sigma=0.15 \\ \text{..... } p=150\text{mb}=p(1) \end{array}$$

$$\theta, \phi, v_{\xi}, v_{\eta} \text{ ————— } \sigma=0.2=\sigma(2)$$

$$\begin{array}{l} \sigma \text{ ----- } \sigma=0.25 \\ \text{..... } p=250\text{mb}=p(2) \end{array}$$

$$\theta, \phi, v_{\xi}, v_{\eta} \text{ ————— } \sigma=0.3=\sigma(3)$$

$$\begin{array}{l} \sigma \text{ ----- } \sigma=0.4 \\ \text{..... } p=400\text{mb}=p(3) \end{array}$$

$$\theta, \phi, v_{\xi}, v_{\eta} \text{ ————— } \sigma=0.5=\sigma(4)$$

$$\begin{array}{l} \sigma \text{ ----- } \sigma=0.6 \\ \text{..... } p=600\text{mb}=p(4) \end{array}$$

$$\theta, \phi, v_{\xi}, v_{\eta} \text{ ————— } \sigma=0.7=\sigma(5)$$

$$\begin{array}{l} \sigma \text{ ----- } \sigma=0.8 \\ \text{..... } p=800\text{mb}=p(5) \end{array}$$

$$\theta, \phi, v_{\xi}, v_{\eta} \text{ ————— } \sigma=0.9=\sigma(6)$$

für die energetischen Berechnungen die wichtigste Variable. Nun ist gerade sie um halbe Gitterabstände vertikal versetzt, d.h. sie ist nicht an den üblichen Flächen $\sigma = 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$ definiert, sondern an den Zwischenschichten $\sigma = 0.15, 0.25, 0.4, 0.6, 0.8$. Daher wurden alle Grundfelder auf die "benachbarten" Druckflächen $p = 150, 250, 400, 600, 800 \text{ mb}$ interpoliert (vergl. Abb 9).

Die Vertikalinterpolation der Temperatur $T(\sigma(k))$, $k=1, \dots, 6$ von den genannten Flächen $\sigma(k)$, $k=1, \dots, 6$ auf die genannten Flächen $p(k)$, $k=1, \dots, 5$ geschieht unter der Annahme, daß der Temperaturverlauf mit der Höhe proportional p^{R/c_p} ist. Dazu muß an jedem Gitterpunkt der Druck $p(\sigma(k)) = p_0 \cdot \sigma(k)$ auf der σ - Fläche bestimmt werden. Die gesuchten Temperaturwerte $T(p(k))$, $k=1, \dots, 5$ auf Druckflächen ergeben sich dann aus der Interpolationsformel (vergl. Abb. 10)

Abb.9 Vertikalstruktur. Geometrische Veranschaulichung der relativen Lage der verwendeten Druckflächen $p(k)$, $k=1, \dots, 5$ für den Fall $p_0 < 1000 \text{ mb}$.

$$(94) \quad T(p(k)) = T(\sigma(k+1)) \frac{p(\sigma(k+1))^{R/c_p} - p(k)^{R/c_p}}{p(\sigma(k+1))^{R/c_p} - p(\sigma(k))^{R/c_p}} [T(\sigma(k+1)) - T(\sigma(k))]$$

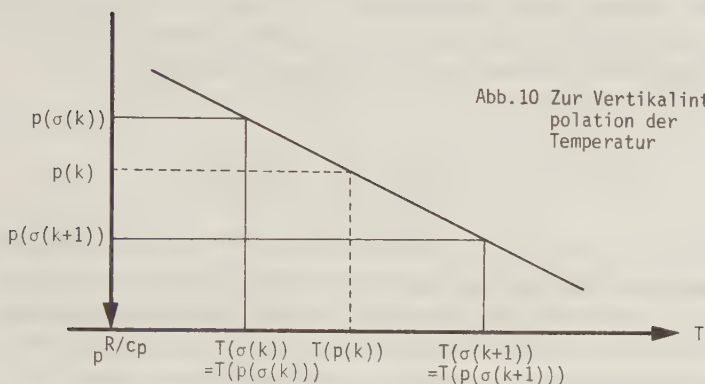


Abb.10 Zur Vertikalinterpolation der Temperatur

Die fertig aufbereiteten Temperaturfelder werden mit Hilfe eines quadratisch interpolierenden Zebraanalysenprogrammes auf dem Schnelldrucker ausgegeben. Das Ergebnis ist in Abb.27 (Kap.5) in 5,5 - facher linearer Verkleinerung wiedergegeben. Für die später folgenden Filter- und Energieberechnungsprogramme werden diese Felder auf Magnetplatte zwischengespeichert.

Aufbereitung des Vertikalgeschwindigkeitsfeldes

Das barokline Modell liefert die Vertikalgeschwindigkeit σ an den Quadratmitteln des kartesischen Gitters (vergl. Abb. 8) und auf den Flächen $\sigma = 0.15, 0.25, 0.4, 0.6, 0.8$ (vergl. Abb. 9). Nach einfachen Umrechnungen (Berücksichtigung des Maßstabsfaktors m , Veränderung der Einheit) wird σ auf die "benachbarten" Druckflächen $p = 150, 250, 400, 600, 800$ mb interpoliert, wie bereits erwähnt. An den Punkten, an denen $p_0 < 1000$ mb ist (dieser Fall ist in Abb. 9 angenommen), liegt wegen $\sigma = p/p_0$ jede σ - Fläche geometrisch höher als die "benachbarte" p - Fläche. Dann wird σ auf die oberen vier Druckflächen interpoliert und auf die geometrisch niedrigste Druckfläche 800 mb extrapoliert. Ist jedoch $p_0 > 1000$ mb, so muß auf die 150 mb - Fläche extrapoliert werden, während auf die unteren vier Druckflächen interpoliert werden kann. Da die Interpolationswege

nur kurz sind, können die Extra - und Interpolationen linear durchgeführt werden.

Zur energetischen Diagnose wird jedoch nicht $\dot{\sigma}$ benötigt, sondern die generalisierte Vertikalgeschwindigkeit $\omega = dp/dt = d/dt(\sigma p_0) = \dot{\sigma} p_0 + \sigma \dot{p}_0$ im p - System. Sie wird aus den zur Verfügung stehenden Modelldaten berechnet nach der Formel

$$(95) \quad \omega = \dot{\sigma} p_0 + \sigma \frac{\partial p_0}{\partial t} + \sigma \left(\frac{1}{f} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \frac{\partial p_0}{\partial \eta} - \frac{1}{f} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial p_0}{\partial \xi} \right),$$

d.h. der advective Anteil der Bodendruckänderung $\dot{p}_0$ ist geostrophisch bestimmt worden. Der dabei entstehende Fehler für ω ist sehr gering, da ω schon zu über 90 % durch den Term $\dot{\sigma} p_0$ bestimmt ist und da die beiden anderen Summanden von (95) mindestens eine Größenordnung kleiner sind. Aus diesem Grunde ist auch eine lineare Vertikalinterpolation der Gradienten $\partial \phi / \partial \xi$ und $\partial \phi / \partial \eta$, ausgehend von den Flächen $\sigma(k)$, $k=1, \dots, 6$, möglich gewesen.

Die lokale Bodendruckänderung $\partial p_0 / \partial t$ kann durch zentrale Zeitdifferenzen bestimmt werden, da im Gitter des baroklinen Modells der Bodendruck (sowie die Temperatur und der Horizontalwind) stets für drei aufeinanderfolgende Zeitschritte bekannt ist. Die Werte zu geraden und ungeraden Zeitschritten sind jedoch in verschiedener Weise horizontal versetzt. Die aus diesem Grunde erforderlichen horizontalen Interpolationen des Bodendruckes können wegen der Kleinheit des Termes $\sigma \partial p_0 / \partial t$ gegenüber $\dot{\sigma} p_0$ linear durchgeführt werden.

Nach der numerischen Auswertung von (95) liegt die gewünschte Form der Vertikalgeschwindigkeit auf den gewählten Druckflächen vor, jedoch noch immer an den Quadratmitten des Gitters. Um an die Gitterpunkte zu interpolieren, wird die Zwölfpunkteformel verwendet (vergl. Abb.11):

$$(96) \quad \begin{aligned} \omega(\xi, \eta) = & \frac{10}{32} \left[\omega\left(\xi - \frac{1}{2}, \eta - \frac{1}{2}\right) + \omega\left(\xi - \frac{1}{2}, \eta + \frac{1}{2}\right) + \omega\left(\xi + \frac{1}{2}, \eta + \frac{1}{2}\right) + \omega\left(\xi + \frac{1}{2}, \eta - \frac{1}{2}\right) \right] \\ & - \frac{1}{32} \left[\omega\left(\xi - \frac{3}{2}, \eta - \frac{1}{2}\right) + \omega\left(\xi - \frac{3}{2}, \eta + \frac{1}{2}\right) + \omega\left(\xi - \frac{1}{2}, \eta + \frac{3}{2}\right) + \omega\left(\xi + \frac{1}{2}, \eta + \frac{3}{2}\right) \right. \\ & \left. + \omega\left(\xi + \frac{3}{2}, \eta + \frac{1}{2}\right) + \omega\left(\xi + \frac{3}{2}, \eta - \frac{1}{2}\right) + \omega\left(\xi + \frac{1}{2}, \eta - \frac{3}{2}\right) + \omega\left(\xi - \frac{1}{2}, \eta - \frac{3}{2}\right) \right] \end{aligned}$$

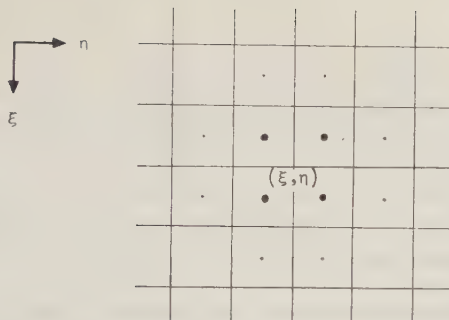


Abb.11 Zur Horizontal-
interpolation von
 ω an den Punkt (ξ, η)
• : Gewicht 10/32
• : Gewicht -1/32

Diese Formel wird auch im DWD - Modell benutzt, so daß sich die Genauigkeit hierdurch nicht weiter verringert. Die endgültigen Felder der Vertikalgeschwindigkeit werden auf Magnetplatte zwischengespeichert und sind in Abb. 28 wiedergegeben.

Aufbereitung der Horizontalgeschwindigkeitsfelder

Auf den σ - Flächen $\sigma = 0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$ stehen die kartesischen Komponenten des Horizontalwindes und das Geopotential zur Verfügung. Daher kann auf diesen Flächen der geostrophische Wind

$$(97) \quad \mathbf{v}_{h,g} = \frac{\mathbf{k}}{f} \times \nabla_h \Phi - \frac{\sigma}{f p_0} \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} \mathbf{k} \times \nabla_h p_0$$

im σ - System bestimmt werden und damit auch die ageostrophische Abweichung. Der geostrophische und der ageostrophische Anteil des Horizontalwindes auf den ausgewählten Druckflächen $p = 150, 250, 400, 600, 800$ mb wurden getrennt bestimmt. Der geostrophische Anteil wurde unter der gleichen Voraussetzung $T \sim p^{\kappa}$ vertikal interpoliert, die auch der Vertikalinterpolation der Temperatur zugrunde lag. Die Vertikalinterpolation des ageostrophischen Anteils wurde linear durchgeführt. Dieses Vorgehen soll im Folgenden detaillierter dargestellt werden.

Die Komponenten v_{ξ}, v_{η} des Horizontalwindes sind um halbe Gittermaschenweiten im kartesischen Gitter versetzt, und zwar v_{ξ} in η - Richtung und v_{η} in ξ - Richtung (vergl. Abb. 8). Zur Berechnung der kartesischen Komponenten des geostrophischen Windes im σ - System

$$(98) \quad \begin{aligned} v_{\xi,g} &= -\frac{1}{f} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} - \frac{\sigma}{f p_0} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \frac{\partial p_0}{\partial \eta} \\ v_{\eta,g} &= \frac{1}{f} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \frac{\sigma}{f p_0} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \frac{\partial p_0}{\partial \xi} \end{aligned}$$

wurden die horizontalen Differenzen so gewählt, daß sich für $v_{\xi,g}$ bzw. $v_{\eta,g}$ die gleiche Versetzung ergibt.

Die Vertikalableitungen $\partial \phi / \partial \sigma$ wurden in den Schichten $\sigma(2)$ bis $\sigma(5)$ durch zentrale Differenzen angenähert. In den Schichten $\sigma(1)$ und $\sigma(6)$ mußten Vorwärts- bzw. Rückwärtsdifferenzen verwendet werden. Nach Berücksichtigung des Maßstabsfaktors m der stereographischen Projektion und Umrechnung in günstige Einheiten wurden die ageostrophischen Abweichungen $\delta v_{\xi} = v_{\xi} - v_{\xi,g}$, $\delta v_{\eta} = v_{\eta} - v_{\eta,g}$ bestimmt, linear auf die Druckflächen $p = 150, 250, 400, 600, 800$ mb interpoliert und auf Magnetplatte zwischengespeichert. Abb.31 (S.80/81) zeigt die Zebraanalysen dieser Felder. Sie entstehen bei der Aufbereitung der Felder als wertvolle "Nebenprodukte", die geeignet sind, die Güte der Daten des DWD - Modells und damit ihre Brauchbarkeit für die energetischen Diagnosen zu demonstrieren (vergl. Kap. 5).

Zur Vertikalinterpolation des geostrophischen Anteils des Horizontalwindes wurde zunächst das Geopotential ϕ auf die Druckflächen interpoliert und dann der geostrophische Wind im p - System neu berechnet. Die Geopotentialwerte $\phi(p(k))$, $k=1, \dots, 5$ auf p - Flächen ergeben sich aus den Temperaturen $T(\sigma(k))$ und den Geopotentialen $\phi(\sigma(k))$, $k=1, \dots, 6$ auf σ - Flächen gemäß

$$(99) \quad \begin{aligned} \phi(p(k)) &= \phi(\sigma(k+1)) + T(\sigma(k+1)) \frac{R}{\kappa} \left[1 - \frac{\ln p}{p-1} \right] + T(\sigma(k)) \frac{R}{\kappa} \left[-1 + \frac{p \ln p}{p-1} \right] \\ \text{mit } p &= \frac{p(\sigma(k+1))}{p(k)} \end{aligned}$$

Diese Formel ergibt sich durch Integration der hydrostatischen Grundgleichung $\partial \phi / \partial p = -RT/p$ über p , wenn für T entsprechend (94) ein trockenadiabatischer Verlauf angenommen wird. Die berechneten ϕ -Felder sind in Abb. 26 dargestellt, in der auch das Bodendruckfeld gezeigt wird.

Die Berechnung der kartesischen Komponenten des geostrophischen Windes auf den Druckflächen erfolgt nach

$$(100) \quad \begin{aligned} v_{\xi,g} &= -\frac{1}{f} \frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \\ v_{\eta,g} &= \frac{1}{f} \frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \end{aligned}$$

Hierbei wird wieder die seitliche Versetzung entsprechend Abb. 8 und der Maßstabsfaktor (der wegen dieser Versetzung für v_{ξ} und v_{η} verschieden ist) berücksichtigt. Mit Hilfe der auf Magnetplatte zwischen-
gespeicherten ageostrophischen Komponenten δv_{ξ} , δv_{η} können die
kartesischen Komponenten $v_{\xi} = v_{\xi,g} + \delta v_{\xi}$, $v_{\eta} = v_{\eta,g} + \delta v_{\eta}$ des Horizontal-
windes auf Druckflächen berechnet werden. Danach werden die seitlichen
Versetzungen rückgängig gemacht durch Horizontalinterpolationen an die
Gitterpunkte mit Hilfe von quadratischen Formeln, die zu (96) äqui-
valent sind.

Aus den kartesischen Windkomponenten v_{ξ} und v_{η} müssen die Komponenten
 v_x (= Westkomponente) und v_y (= Südkomponente) berechnet werden (vergl.
Abb. 12).

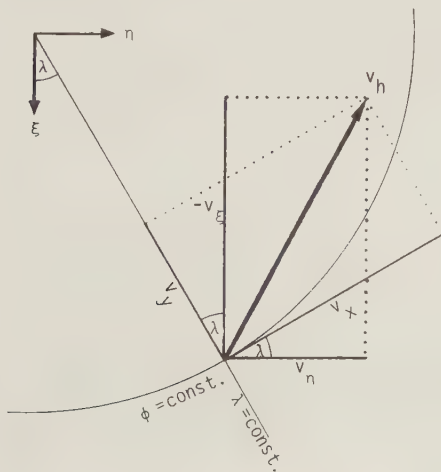


Abb. 12
Zur Drehung des
Koordinatensystems

$$\begin{aligned} v_x &= v_n \cos \lambda - v_\xi \sin \lambda \\ (101) \quad & \text{mit } \lambda = \arctan\left(\frac{n}{\xi}\right) \\ v_y &= -v_n \sin \lambda - v_\xi \cos \lambda \end{aligned}$$

Die Windkomponenten v_x , v_y werden ebenfalls für die folgenden Energieberechnungen auf Magnetplatte zwischengespeichert. Ihre Zebraanalysen sind in Abb.29 und Abb.30 wiedergegeben.

Berechnung der Mittelwerte

Zur Auswertung der Formeln (40) - (44) und (49) - (51) müssen Zonal- und Flächenmittelwerte der Ausgangsfelder T , ω , v_x , v_y gebildet werden. Das Problem, im kartesischen Gitter der stereographischen Ebene Zonalmittelwerte zu berechnen, wurde durch die Bildung von Flächenmittelwerten in geeigneten Kreisringen gelöst: Es wurden die arithmetischen Mittel aller Feldwerte bestimmt, deren Gitterpunkte zwischen zwei Breitenkreisen liegen, die voneinander 5 Grad entfernt sind. Die für diese Rechnung erforderliche Kenntnis der Breite ϕ an jedem Gitterpunkt ist durch den Wert des Coriolisparameters $f = 2\omega \sin\phi$ leicht zu gewinnen. Die Kreisring-Flächenmittelwerte werden als Zonalmittelwerte angesehen, welche für die mittlere Breite der Kreisringe gilt. Die Zahl der in den Streifen gefundenen Gitterpunkte schwankt zwischen 12 (87.5 N bis 92.5 N) und 276 (17.5 N bis 22.5 N). Aus den so gewonnenen 14 Zonalmittelwerten zwischen 85 N und 20 N im 5 - Grad Abstand wurden die Flächenmittel durch Wichten mit $\cos \phi$ gewonnen.

Abb.32-35 zeigt Vertikalschnitte von 80 N bis 35 N der Zonalmittelwerte, welche wie die Horizontalfelder mit Hilfe des Zebraanalysenprogramms dargestellt wurden. Die Zebraanalyse setzt ein äquidistantes Gitter voraus. Ein solches liegt jedoch in der Vertikalen nicht vor, da ja die Zonalmittelwerte in den Höhen 150, 250, 400, 600 und 800 mb gegeben sind. Aus diesem Grunde wurden vor der Zebraanalyse äquidistante Zwischenwerte im Abstand von 50 mb durch lineare Interpolation erzeugt. Die Ergebnisse wurden durch Vergleich mit Handanalysen direkt im nicht-äquidistanten Gitter abgesichert.

Berechnung der Schwankungen

Die Berechnung der Abweichungen $X^{\sim}$ der lokalen Gitterwerte X von den Flächenmittelwerten $\bar{X}$ kann direkt durch Differenzbildung $X^{\sim} = X - \bar{X}$ durchgeführt werden. Bei der Berechnung der Abweichungen von den Zonalmitteln treten Schwierigkeiten auf, da die Zonalmittelwerte $\bar{X}$ nur im 5 - Grad Abstand bekannt sind, jedem Gitterpunkt jedoch eine individuelle Breite zukommt. Daher wurde vor jeder Differenzbildung $X^{\sim} = X - \bar{X}$ der für den individuellen Gitterpunkt (ξ_0, η_0) gültige Zonalmittelwert mit Hilfe der Stirlingschen Interpolationsformel (vergl. Abb. 13) berechnet.

$$(102) \quad \bar{X}(\xi_0, \eta_0) = \bar{X}(\phi_i) + \frac{\delta\phi}{2\Delta\phi} [\bar{X}(\phi_{i-1}) - \bar{X}(\phi_{i+1})] + \frac{(\delta\phi)^2}{2(\Delta\phi)^2} [\bar{X}(\phi_{i-1}) - 2\bar{X}(\phi_i) + \bar{X}(\phi_{i+1})]$$

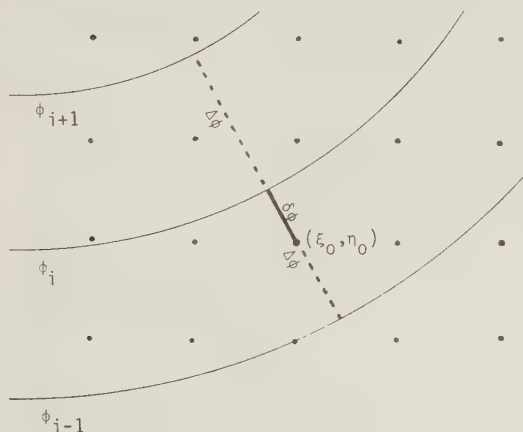


Abb. 13 Zur Ermittlung des Zonalmittelwertes am Gitterpunkt (ξ_0, η_0)

Für Gitterpunkte nördlich von 85 N und südlich von 20 N wurde extrapoliert.

Nun stehen alle für die Filterung und/oder Energieberechnung erforderlichen Grundfelder sowie deren Mittelwerte und Schwankungen zur Verfügung. Für die mittlere der fünf verwendeten Druckflächen, der 400 mb - Fläche, zeigen die Abbildungen 32 - 35 Zebraanalysen der Abweichungen T' , ω' , v'_x , v'_y vom Zonalmittelwert.

4.3 Die Durchführung der numerischen Filterung

Bei der Anwendung der Filter (88) - (91) auf das achteckige Gitternetz des DWD - Modells machen sich die Gewichte $G_{2,2}$ an den Ecken des Filterintervalls (92) als nachteilig bemerkbar, da durch sie in den Ecken des Prognosegebietes ein besonders breiter Rand entsteht. Dies veranschaulicht das folgende Schemabild

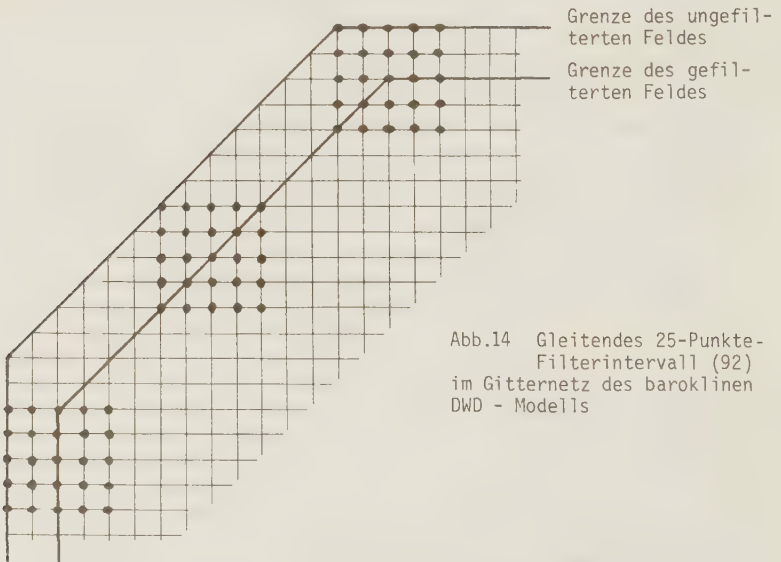


Abb.14 Gleitendes 25-Punkte-Filterintervall (92) im Gitternetz des baroklinen DWD - Modells

Aus diesem Grunde wurden in der vorliegenden Arbeit die Gewichte $G_{-2,-2}$, $G_{-2,2}$, $G_{2,-2}$ und $G_{2,2}$ fortgelassen und die verbleibenden 21 Gewichte wurden neu normiert:

1. Filter

$$(103) \quad \begin{array}{lll} G_{00} = 0.253438 & G_{01} = 0.161579 & G_{02} = -0.004410 \\ G_{11} = 0.078666 & G_{12} = -0.024597 & \end{array}$$

2. Filter

$$(104) \quad \begin{array}{lll} G_{00} = 0.188582 & G_{01} = 0.122137 & G_{02} = 0.012557 \\ G_{11} = 0.075454 & G_{12} = -0.003646 & \end{array}$$

3. Filter

$$(105) \quad \begin{array}{lll} G_{00} = 0.132386 & G_{01} = 0.086231 & G_{02} = 0.028881 \\ G_{11} = 0.066714 & G_{12} = 0.017538 & \end{array}$$

4. Filter

$$(106) \quad \begin{array}{lll} G_{00} = 0.080309 & G_{01} = 0.057415 & G_{02} = 0.042825 \\ G_{11} = 0.056026 & G_{12} = 0.036829 & \end{array}$$

Mit diesen Filtergewichten hat das gleitende Filterintervall die Form:

$$(107) \quad \begin{array}{cccccc} & & G_{12} & G_{02} & G_{12} & \\ & G_{12} & G_{11} & G_{01} & G_{11} & G_{12} \\ G_{02} & G_{01} & G_{00} & G_{01} & G_{02} & \\ G_{12} & G_{11} & G_{01} & G_{11} & G_{12} & \\ & G_{12} & G_{02} & G_{12} & & \end{array}$$

Diese etwas modifizierten Filter liefern fast identische Resultate wie die rein quadratischen Filterintervalle (vergl. Abb. 20). Das liegt an den sehr kleinen numerischen Werten der Gewichte $G_{2,2}$. Diese Kleinheit wiederum ist durch die Isotropieforderung erzwungen worden. Die graphischen Veranschaulichungen der Filter (88) - (91) durch die Abbildungen 4 - 6 gelten daher praktisch auch für die Filter (103) - (106).

Aus Abb. 6 ermittelt man, daß bei Anwendung auf das Gitter des DWD - Modells mit $g = 381$ km Grenzwellenlängen der Tiefpaßfilterung von etwa 1300 km, 1600 km, 2000 km und 2500 km erreicht werden. Genauere Angaben sind für die Praxis nicht erforderlich und auch theoretisch nicht begründbar, da wegen des nichtidealen (nicht-stufenförmigen) Verlaufs der Dämpfungsfunktion eine gewisse Verschmierung der Scales eintritt. Darüber hinaus entspricht der vorausgesetzte Gitterabstand von $g = 381$ km in der stereographischen Ebene nur bei 60 N dem gleichen Abstand auf der Erdoberfläche, weil nur dort der Maßstabsfaktor m den Wert 1 hat. Alle Horizontalarstellungen in dieser Arbeit zeigen Felder von 90 N - 30 N. In diesem Bereich variiert m von etwa 0.93 - 1.23. Da die Grenzwellenlänge proportional dem räumlichen Abstand der Filtergewichte (103) - (106) ist, kennzeichnen die Zahlenwerte von m auch die Faktoren der Breitenabhängigkeit der Scaledefinition durch numerische Filter in der stereographischen Ebene. Diese Breitenabhängigkeit ist jedoch entscheidend geringer als die durch die Tabelle im Einleitungskapitel dokumentierte Breitenabhängigkeit der Scaledefinition durch die Saltzman'schen Wellenzahlen.

Wegen der Proportionalität zwischen dem räumlichen Abstand der Filtergewichte und der Grenzwellenlänge des Filters kann man die letzte verdoppeln, verdreifachen usw., indem man den Gitterabstand im gleitenden Filterintervall (107) verdoppelt, verdreifacht usw.. Dieses Vorgehen hat allerdings einen Nachteil, da sich das gefilterte Feld bei jeder Vielfachung des Gitterabstandes des Filterintervalls verkleinert. Es geht ein immer breiterer Rand verloren, wie Abb. 15 veranschaulicht. Aus ihr geht außerdem hervor, daß die Neunormierung und die damit verbundene Veränderung des Filterintervalls von (92) nach (107) dem achteckigen Prognosefeld besser angepaßt ist. In dieser Arbeit wird der Gitterabstand des Filterintervalls höchstens verdreifacht. Damit sind noch Horizontalarstellungen bis 30 N möglich.

Über die erreichten Grenzwellenlängen der Tiefpaßfilterung gibt die Tabelle auf der nächsten Seite Aufschluß.

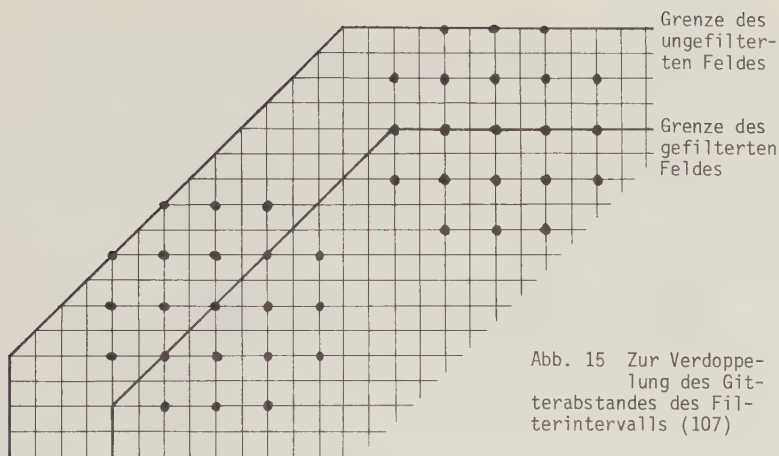


Abb. 15 Zur Verdopplung des Gitterabstandes des Filterintervalls (107)

<u>1. Filter</u>	Gitterabstand	g	$2g$	$3g$
	Grenzwellenlänge (km)	1300	2600	3900
<u>2. Filter</u>	Gitterabstand	g	$2g$	$3g$
	Grenzwellenlänge (km)	1600	3200	4800
<u>3. Filter</u>	Gitterabstand	g	$2g$	$3g$
	Grenzwellenlänge (km)	2000	4000	6000
<u>4. Filter</u>	Gitterabstand	g	$2g$	$3g$
	Grenzwellenlänge (km)	2500	5000	7500

Die Wirkung einiger dieser Tiefpaßfilter ist in Abb. 17 am Beispiel des Temperaturfeldes in der 400 mb - Fläche (Abb. 16) demonstriert. Die hier gezeigten gefilterten Temperaturfelder T dienen nur der Demonstration der Filterwirkung und nicht der späteren Berechnung energetischer Felder. (Für den letztgenannten Zweck müssen die Schwankungsfelder T' gefiltert werden).

Abb. 17 zeigt in eindrucksvoller Weise, wie durch die immer größere Grenzwellenlänge der Tiefpaßfilterung die Wellen < 2600 km, < 5000 km und < 7500 km sukzessive entfernt werden. Zur Darstellung solcher langwelliger Felder ist es nicht erforderlich, den Gitterabstand von 381 km voll auszunutzen. Abb. 18 zeigt die gleichen Felder wie Abb. 17 mit dem einzigen Unterschied, daß nur jeder zweite Gitterpunkt-wert dem Programm der Zebraanalyse übergeben wurde.

Erläuterungen zu den Abbildungen der "Zebraanalysen" (Abb. 16 - 20, 25-35, 56-59)		
Durch die "Zebrastreifen" werden folgende Isolinien vermittelt:		Alle Horizontaldarstellungen zeigen die Nordhalbkugel bis 30 N nach dem Schema:
Felder mit nur positiven Werten	Felder mit positiven und negativen Werten	
A _____	_____	
Min + 2 Ab	_____ -4 Ab	
Min + 4 Ab	_____ -2 Ab	
Min + 6 Ab	_____ 0	
Min + 8 Ab	_____ 2 Ab	
_____	_____ 4 Ab	
_____	_____	
_____	_____	
_____	_____	
_____	_____	



Abb.16 (links) 18.12.71 06GMT
Temperatur T auf der
400 mb-Fläche, ungefiltert.
Min = 200 °K, Ab = 2.5 °K
(Photographische Verkleinerung
des Computerausdruckes)

Abb.17 (nächste Seite)
Wie Abb.16,
Tiefpaßfilterungen.
oben : 1.Filter Gitterabst. 2g
Mitte: 4.Filter Gitterabst. 2g
unten: 4.Filter Gitterabst. 3g

Abb.18 (nächste Seite)
Wie Abb.17,
Vernachlässigung jedes zwei-
ten Gitterpunktes.

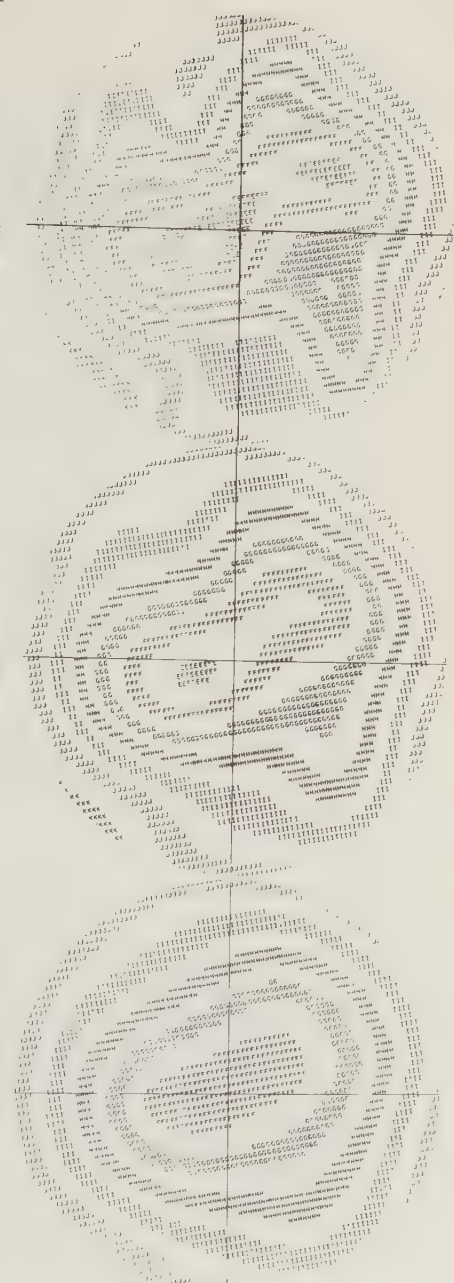
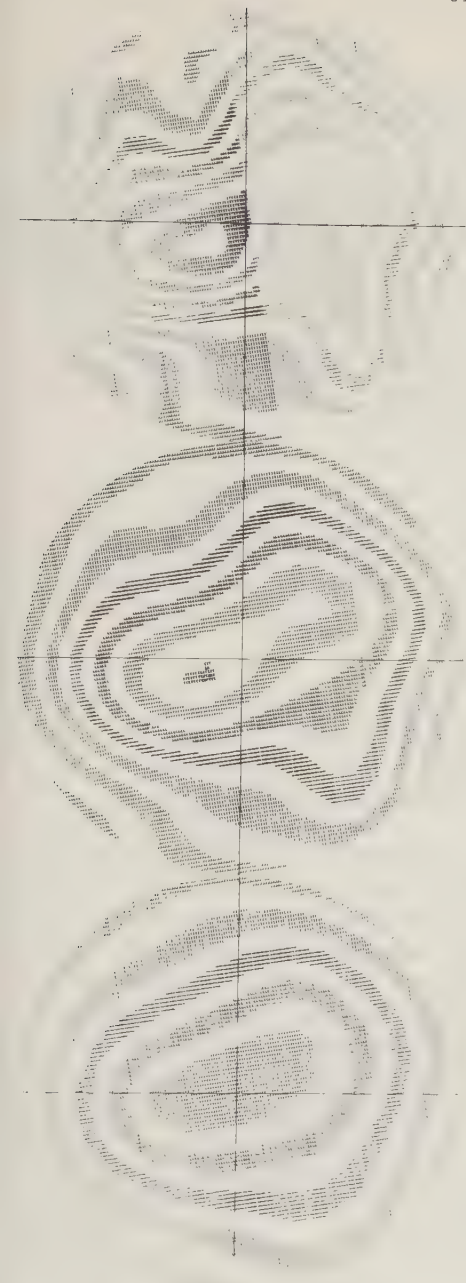


Abb. 17

Abb. 18

Beim Vergleich der Abb. 17 mit der Abb. 18 stellt man fest, daß praktisch keine Information verloren geht. Das läßt sich auch theoretisch damit begründen, daß zur Auflösung einer vollen Welle fünf Gitterpunkte erforderlich sind, d.h. der Gitterabstand darf so groß wie ein Viertel der Wellenlänge sein.

Aus der Tabelle von Seite 59 geht hervor, daß z.B. bei einer Filterung mit dem ersten Filter und zweifachem Gitterabstand ($g = 2$, Grenzwellenlänge 2600 km) etwa die gleiche Filterwirkung erreicht wird wie bei der Verwendung des vierten Filters mit einfachem Gitterabstand ($g = 1$, Grenzwellenlänge 2500 km). Ein ähnliches Paar bildet der zweite Filter mit $g = 3$ und der vierte Filter mit $g = 2$ (Grenzwellenlänge 4800 km bzw. 5000 km). Abb. 19 stellt die jeweiligen Ergebnisse einander gegenüber. Die geringen Abweichungen entstehen vor allem durch die unterschiedliche Flankensteilheit der verglichenen Filter. Insgesamt gibt Abb. 19 eine empirische Bestätigung für die Methode, die Grenzwellenlänge der Filter durch Veränderung der Gitterabstände wohldefiniert zu beeinflussen.

Eine empirische Rechtfertigung soll auch noch gegeben werden für die Änderung des Filterintervalls von der Form (92) in die Form (107).

Abb. 20 zeigt am Beispiel des vierten Filters mit zweifachem Gitterabstand, daß der Unterschied der gefilterten Felder sehr gering ist.

Alle bisher betrachteten Filter sind Tiefpaßfilter, da sie nur die tiefen Frequenzen des Feldes hindurchlassen. Sie "glätten" also das Feld. Um eine numerische Hochpaßfilterung, also eine "Aufrauhung" des Feldes durchzuführen, braucht man keine neuen Filtergewichte zu konstruieren. Will man z.B. aus einem Feld alle Wellenlängen > 5000 km eliminieren, so kann man zunächst eine Tiefpaßfilterung durchführen, welche die Wellenlängen < 5000 km eliminiert und dann die Differenz zwischen dem ungefilterten und dem tiefpaßgefilterten Feld bilden. Auch ein bandpaßgefiltertes Feld läßt sich nach dieser Methode konstruieren. Bildet man z.B. die Differenz zwischen zwei Feldern, aus denen durch verschiedene Tiefpaßfilterungen alle Wellen < 2500 km

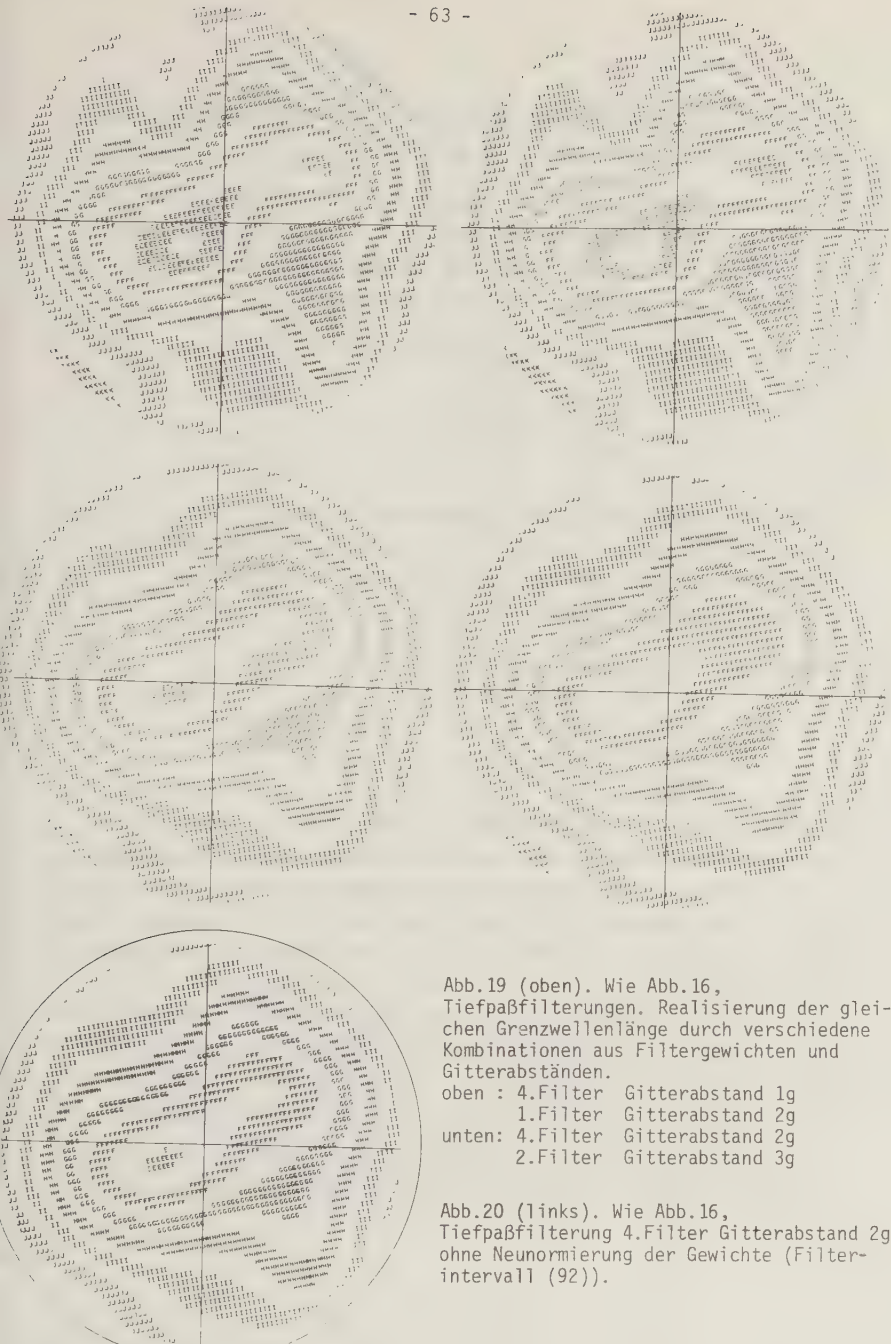


Abb.19 (oben). Wie Abb.16, Tiefpaßfilterungen. Realisierung der gleichen Grenzwellenlänge durch verschiedene Kombinationen aus Filtergewichten und Gitterabständen.

oben : 4.Filter Gitterabstand 1g
1.Filter Gitterabstand 2g
unten: 4.Filter Gitterabstand 2g
2.Filter Gitterabstand 3g

Abb.20 (links). Wie Abb.16, Tiefpaßfilterung 4.Filter Gitterabstand 2g ohne Neunormierung der Gewichte (Filterintervall (92)).

bzw. < 5000 km eliminiert sind, so erhält man als Resultat das Frequenzband der Wellenlängen zwischen 2500 und 5000 km.

Da vier verschiedene Sätze von Filtergewichten zur Verfügung stehen, die mit drei verschiedenen Gitterabständen und in dreifach verschiedener Funktion, nämlich als Hoch-, Tief- oder Bandpaß eingesetzt werden können, ist eine übersichtliche Nomenklatur unumgänglich.

Hoch- und Tiefpaßfilter werden im Folgenden stets abgekürzt als

$$\begin{array}{ll} H \alpha-\gamma & \alpha = 1,2,3,4; \quad \gamma = 1,2,3 \\ T \alpha-\gamma & \alpha = 1,2,3,4; \quad \gamma = 1,2,3 \end{array}$$

Die Zahl α kennzeichnet die verwendeten Gewichte (d.h. $\alpha = 1$ bedeutet 1. Filter (Gewichte (103)), $\alpha = 2$ bedeutet 2. Filter (Gewichte (104)) usw.) und γ gibt an, ob mit einfachem, zweifachem oder dreifachem Gitterabstand gearbeitet wird.

Bandpaßfilter werden gekennzeichnet durch

$$\begin{array}{lll} B \alpha/\beta-\gamma & \alpha, \beta = 1,2,3,4; \quad \gamma = 1,2,3 & \text{oder} \\ B \alpha-\gamma/\delta & \alpha = 1,2,3,4; \quad \gamma, \delta = 1,2,3 & \end{array}$$

Hier bedeuten α und β die Filtergewichtssätze, γ und δ die Gitterabstände. Die Bandpässe $B \alpha/\beta-\gamma$ arbeiten also mit fester Maschenweite γ und begrenzen das Frequenzband durch die Gewichte α und β , dagegen arbeiten die Bandpässe $B \alpha-\gamma/\delta$ mit stets den gleichen Filtergewichten, welche jedoch entsprechend γ und δ in verschiedenen Gitterabständen verwendet werden. Bandpaßfilter, die ihr Frequenzband sowohl durch verschiedene Filtergewichtssätze als auch durch verschiedene Gitterabstände begrenzen, werden nicht verwendet, da die bisher beschriebenen Filter ausreichende Möglichkeiten einer spektralen Detaillierung vermitteln (vergl. die folgende Tabelle). In der hier definierten Nomenklatur handelt es sich in Abb. 17 und Abb. 18 um die Filter T 1 - 2, T 4 - 2, T 4 - 3 und in Abb. 19 um die Filterpaare T 1 - 2, T 4 - 1; T 2 - 3, T 4 - 2.

Filter	Wellenlängen- bereich (km)	Filter	Wellenlängen- bereich (km)
H 1 - 1	$\lambda < 1300$	B 1/2-1	1300 $<\lambda < 1600$
H 1 - 2	$\lambda < 2600$	B 1/2-2	2600 $<\lambda < 3200$
H 1 - 3	$\lambda < 3900$	B 1/2-3	3900 $<\lambda < 4800$
H 2 - 1	$\lambda < 1600$	B 1/3-1	1300 $<\lambda < 2000$
H 2 - 2	$\lambda < 3200$	B 1/3-2	2600 $<\lambda < 4000$
H 2 - 3	$\lambda < 4800$	B 1/3-3	3900 $<\lambda < 6000$
H 3 - 1	$\lambda < 2000$	B 1/4-1	1300 $<\lambda < 2500$
H 3 - 2	$\lambda < 4000$	B 1/4-2	2600 $<\lambda < 5000$
H 3 - 3	$\lambda < 6000$	B 1/4-3	3900 $<\lambda < 7500$
H 4 - 1	$\lambda < 2500$	B 2/3-1	1600 $<\lambda < 2000$
H 4 - 2	$\lambda < 5000$	B 2/3-2	3200 $<\lambda < 4000$
H 4 - 3	$\lambda < 7500$	B 2/3-3	4800 $<\lambda < 6000$
		B 2/4-1	1600 $<\lambda < 2500$
T 1 - 1	$\lambda > 1300$	B 2/4-2	3200 $<\lambda < 5000$
T 1 - 2	$\lambda > 2600$	B 2/4-3	4800 $<\lambda < 7500$
T 1 - 3	$\lambda > 3900$	B 3/4-1	2000 $<\lambda < 2500$
T 2 - 1	$\lambda > 1600$	B 3/4-2	4000 $<\lambda < 5000$
T 2 - 2	$\lambda > 3200$	B 3/4-3	6000 $<\lambda < 7500$
T 2 - 3	$\lambda > 4800$		
T 3 - 1	$\lambda > 2000$	B 1-1/2	1300 $<\lambda < 2600$
T 3 - 2	$\lambda > 4000$	B 1-1/3	1300 $<\lambda < 3900$
T 3 - 3	$\lambda > 6000$	B 1-2/3	2600 $<\lambda < 3900$
T 4 - 1	$\lambda > 2500$	B 2-1/2	1600 $<\lambda < 3200$
T 4 - 2	$\lambda > 5000$	B 2-1/3	1600 $<\lambda < 4800$
T 4 - 3	$\lambda > 7500$	B 2-2/3	3200 $<\lambda < 4800$
		B 3-1/2	2000 $<\lambda < 4000$
		B 3-1/3	2000 $<\lambda < 6000$
		B 3-2/3	4000 $<\lambda < 6000$
		B 4-1/2	2500 $<\lambda < 5000$
		B 4-1/3	2500 $<\lambda < 7500$
		B 4-2/3	5000 $<\lambda < 7500$

Aus der Vielfalt dieser Filtermöglichkeiten sind einige ausgewählt worden, auf die sich diese Arbeit vorwiegend stützt. Das sind die Filter H 1 - 2, B 1/4 - 2, B 4 - 2/3, T 4 - 3. Sie gestatten eine Aufspaltung in vier Spektralbereiche nach dem Schema

Spektralbereich I ($\lambda < 2600$ km) durch Filter H 1 - 2
 Spektralbereich II ($2600 \text{ km} < \lambda < 5000$ km) durch Filter B 1/4 - 2
 Spektralbereich III ($5000 \text{ km} < \lambda < 7500$ km) durch Filter B 4 - 2/3
 Spektralbereich IV ($\lambda > 7500$ km) durch Filter T 4 - 3

Einen genaueren Aufschluß gibt Abb. 21, in der die Richtungsmittel $\bar{H}$ der Dämpfungsfunktionen in analoger Weise wie in Abb. 6 aufgetragen sind.

Es zeigt sich, daß die filteranalytische Trennung der Scales im kürzerwelligen Bereich genauer möglich ist als im Bereich der ultralangen Wellen.

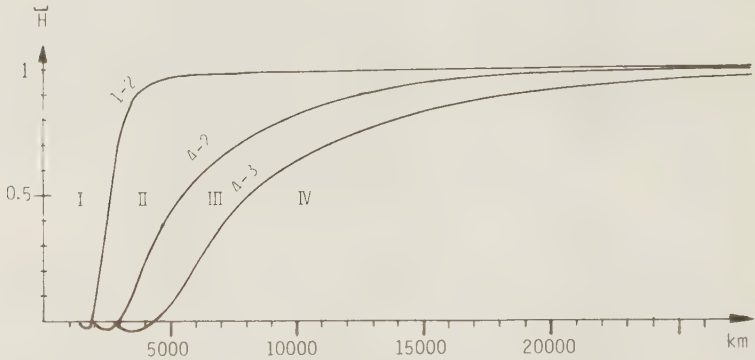


Abb.21 Schnitte durch Richtungsmittel $\bar{H}$ der Dämpfungsfunktionen der Filter T 1-2, T 4-2, T 4-3

Wie bereits erwähnt, werden diese Filter nicht auf die Grundfelder T , ω , v_x und v_y angewendet, sondern auf die Felder der Abweichungen T' , ω' , v_x' , und v_y' vom Zonalmittelwert. Die Abbildungen 56 - 59 zeigen die Ergebnisse auf der 400 mb - Fläche. Aus den dort gezeigten Feldern werden die filteranalytischen energetischen Größen berechnet.

4.4 Die Berechnung der energetischen Größen

Die Berechnung der energetischen Größen geschieht nach dem Ablauf der Datenaufbereitungs- und Filterprogramme unmittelbar gemäß den in Kapitel 2.6 zusammengefaßten Formeln. Einige Besonderheiten treten lediglich bei der Berechnung der Transferterme t_K und t_A gemäß (43) und (44) auf, weil hierzu Meridional- und Vertikalableitungen der Zonalmittelwerte $\bar{v}_x$ und $\bar{T}$ benötigt werden. Da diese Ableitungen an den kartesischen Gitterpunkten benötigt werden, die Zonalmittelwerte $\bar{v}_x$ und $\bar{T}$ jedoch nur auf definierten Breitenkreisen im

5 Grad - Abstand vorhanden sind, stellt sich hier ein ähnliches Problem wie bei der Bildung der Schwankungen der Gitterpunktwerte gegenüber ihren Zonalmittelwerten (vergl. Kapitel 4.2). Das Problem kann daher auch ähnlich wie dort gelöst werden. Die Vertikableitungen werden durch endliche Differenzen (zentrale Differenzen in den Schichten 250, 400, 600 mb, Vorwärts- bzw. Rückwärtsdifferenzen in den Schichten 150 bzw. 800 mb) von Zonalmittelwerten ersetzt, welche nach Formel (102) (vergl. Abb. 13) ermittelt worden sind. Die Horizontalableitungen werden dadurch gewonnen, daß (102) nicht auf den jeweiligen Gitterpunkt (ε_0, η_0) angewendet wird, sondern auf zwei Punkte, die um 1.25 Grad nach Norden bzw. Süden versetzt sind. Danach wird die Meridionalableitung durch die Differenzenformel ersetzt.

Als Ergebnis der Energiediagnoseprogramme erhält man Meridionalschnitte der Größen a_Z, c_Z und k_Z sowie dreidimensionale Felder der Größen $a, c, k, a_E, c_E, k_E, t_A$ und t_K an den gleichen Gitterpunkten, an denen die aufbereiteten Ausgangsfelder definiert sind (vergl. Kap. 4.2). Nach dem gleichen Verfahren, nach dem die Zonalmittelwerte der Grundfelder T, w, v_x, v_y gebildet werden, werden auch die dreidimensionalen energetischen Felder gemittelt. Damit ist eine Überprüfung der Beziehungen (54), $\bar{a} = \bar{a}_E + a_Z, \bar{c} = \bar{c}_E + c_Z$ und $\bar{k} = \bar{k}_E + k_Z$ ermöglicht worden. Da alle Größen von (54) unabhängig voneinander berechnet worden sind, bedeutet die Bestätigung dieser Formel einen wichtigen Test auf Programmierfehler.

Ein weiterer Test der Programme besteht darin, daß einige energetische Feldberechnungen zusätzlich nach einer Methode durchgeführt worden sind, welche unabhängig ist von der in dieser Arbeit beschriebenen (LANGE (1973)). Dieses vom heutigen Standpunkt aus als Kontrollrechnung zu bezeichnende Verfahren bestand im wesentlichen darin, die Grundfelder von den kartesischen Gitterpunkten der stereographischen Ebene linear an geographische Gitterpunkte zu interpolieren. In diesem Gitter können alle erforderlichen Zonalmittelwerte direkt bestimmt werden, sie brauchen nicht durch Kreisring - Flächenmittelwerte ersetzt zu werden. Unter Berücksichtigung der bei dem

linearen Interpolationsverfahren erfolgten Glättung der Felder stimmen die nach beiden Methoden erhaltenen Ergebnisse überein.

Neben der Bildung von Zonalmittelwerten der dreidimensionalen Felder werden auch Vertikalintegrale gebildet. Dazu wird angenommen, daß die energetischen Felder auf einer Druckfläche repräsentativ sind für eine gewisse Schichtdicke, und zwar

die 150 mb - Fläche für die Schicht 0 - 200 mb

die 250 mb - Fläche für die Schicht 200 - 325 mb

die 400 mb - Fläche für die Schicht 325 - 500 mb

die 600 mb - Fläche für die Schicht 500 - 700 mb

die 800 mb - Fläche für die Schicht 700 - 1000 mb

Die energetischen Felder wurden wie die Grundfelder mit Hilfe des Zebraanalysenprogramms auf dem Schnelldrucker ausgegeben. Zugunsten einer besseren Übersichtlichkeit wurden diese objektiven Analysen mit der Hand nachgezeichnet.

5. ERGEBNISSE

5.1 Die synoptische Situation am 18.12.1971 06 GMT im Bilde der Routine- und Modellfelder

Alle Ergebnisse, die in dieser Arbeit dargestellt werden, gelten für den 18.12.1971 06 GMT. Es handelt sich um diagnostische Berechnungen aus der sechsständigen Prognose des baroklinen DWD - Modells (Version mit der Vertikalkoordinate $\sigma = p/p_0$), welche ausgehend von der beim DWD erfolgten Initialisierung für 00 GMT im Rechenzentrum der Freien Universität gerechnet wurde. Die initialisierten Daten selbst eignen



Abb. 22 Land - Meer - Verteilung der Nordhemisphäre bis 30 N



Abb. 23b Bodenkarte vom 18.12.1971 12 GMT (Berliner Wetterkarte)

Die Abbildungen 23a und 23b zeigen die im Routinedienst entstandenen Bodenkarten vom 18.12.1971 00 GMT (DWD) und vom 18.12.1971 12 GMT (Berliner Wetterkarte), in denen lediglich die Fronten verstärkt nachgezeichnet wurden. Die 500 mb - Höhenkarte für den 18.12.1971 00 GMT (DWD) ist in Abb. 24 wiedergegeben. Zur Orientierung für diese und alle folgenden horizontalen Felder ist in Abb. 22 die Land - Meer - Verteilung skizziert.

Der Termin der energetischen Diagnose liegt genau in der Mitte zwi-

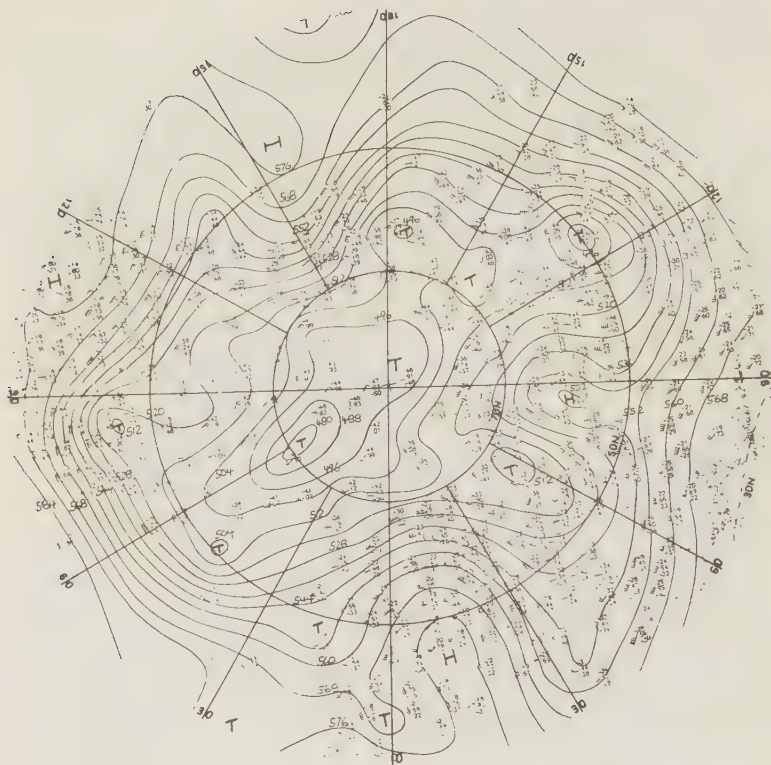


Abb. 24 500 mb - Höhenkarte vom 18.12.1971 00 GMT (DWD)

schen den Terminen der beiden Bodenkarten. Deshalb ist in Abb. 25 die mittlere Lage der Hoch- und Tiefdruckgebiete sowie der Fronten dargestellt. Diese Abbildung enthält auch die Kennzeichnung der einzelnen Druckgebilde, die im folgenden benutzt wird. Die Hoch- und Tiefdruckgebiete sind vom Nullmeridian ausgehend in östlicher Richtung durchnummeriert.



Abb. 25 18.12.1971 06 GMT. Lage und Kennzeichnung der Zyklonen und Anti-zyklonen. Bodenfronten und Zebraanalyse der Vertikalgeschwindigkeit im 600 mb - Niveau.

Die Zebraanalyse von Abb. 25 stellt die Vertikalgeschwindigkeit ω in 600 mb dar. Die Zahlen bedeuten Aufsteigbewegung (negatives ω !), die Buchstaben Absinkbewegung. (Vergleiche Beschreibung der Zebraanalyse von S. 60). Die Konsistenz der im Routinedienst gefundenen Lage der Druckgebilde und Fronten mit der Vertikalgeschwindigkeit des DWD - Modells kann als Rechtfertigung dienen, die letztgenannte Modellvariable zur Diagnose der energetischen Umsetzungen zu verwenden.

Die Abbildungen 26-31 geben einen umfassenden Überblick über den dreidimensionalen Zustand der Atmosphäre von 06 GMT, wie er sich nach der im vorigen Kapitel beschriebenen Aufbereitung der numerischen Felder zeigt.

Abb. 26 zeigt rechts unten das Bodendruckfeld p_0 , in welchem die in den Routinekarten verzeichneten Druckgebilde wiederzufinden sind. Sie sind in gleicher Weise gekennzeichnet wie in Abb. 25. Der übrige Teil der Abb. 26 zeigt das Geopotential in den Höhen 150, 250, 400, 600 und 800 mb. Die Felder in 600 und 400 mb stimmen sehr gut überein mit der 500 mb - Routinekarte (Abb. 25). In 250 mb werden maximale Beträge der Isohypsengradienten erreicht.

Gemäß ihrer vertikalen Erstreckung lassen sich folgende Druckgebilde am deutlichsten als hochreichend bzw. nicht hochreichend identifizieren. Hochreichend sind die Tiefdruckgebiete T_3 , T_6 , T_9 , T_{13} sowie die Hochdruckgebiete H_1 , H_2 und H_6 . Die Temperaturfelder des Modells (Abb. 27) in den Schichten 150, 250, 400, 600 und 800 mb sind hiermit konsistent. Es zeigt sich, daß die hochreichenden Zyklonen kalte und die hochreichenden Antizyklonen warme Druckgebilde sind. Nicht hochreichende Druckgebilde sind z.B. die Zyklonen T_1 , T_8 und T_{15} sowie die Antizyklonen H_3 und H_9 . Die Temperaturfelder zeigen wie erwartet, daß es sich hier um relativ kalte (thermische) Hochdruckgebiete und um relativ warme Tiefdruckgebiete handelt.

An den Geopotentialfeldern fällt auf, daß eine Wellenbildung der Höhenströmung überwiegend auf der östlichen Nordhemisphäre vorhanden ist. Fast die gesamte westliche Nordhemisphäre ist geprägt von einer starken Zonalströmung. Wegen dieser Unsymmetrie handelt es sich hier um eine typische Lage, bei der spektralanalytische Methoden mit Fourierentwicklungen auf dem ganzen Breitenkreis zu Fehlern führen würden (REITER (1969)).

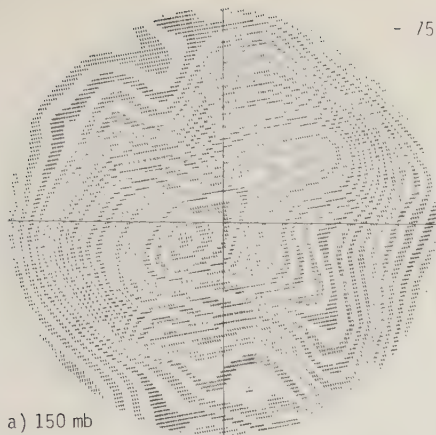
Abb. 26 (nächste Seite) 18.12.71-6z.

a-e : Geopotential Φ in den Höhen 150,250,400,600,800 mb.

Min = 12000,9000,6000,6000,0 gpm; Ab = 40 gpm.

f : Bodendruck p_0 . Min = 950 mb; Ab = 5 mb.

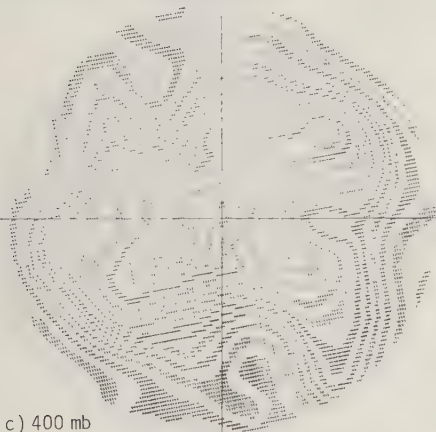
(Erläuterungen zur Zebraanalyse S.60)



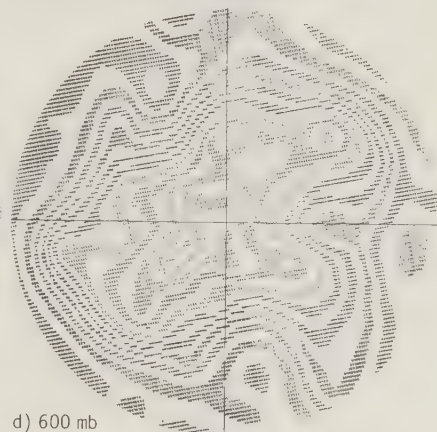
a) 150 mb



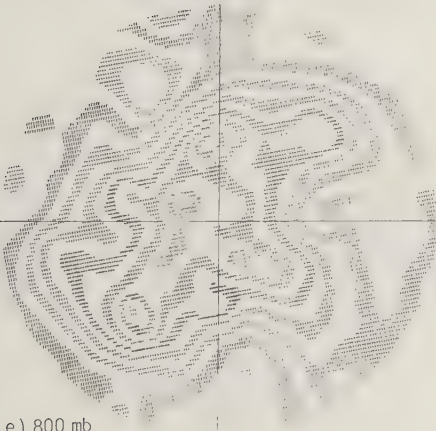
b) 250 mb



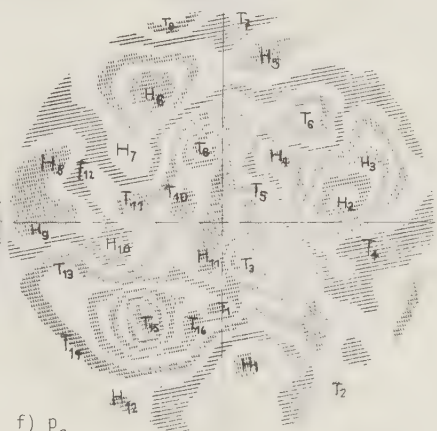
c) 400 mb



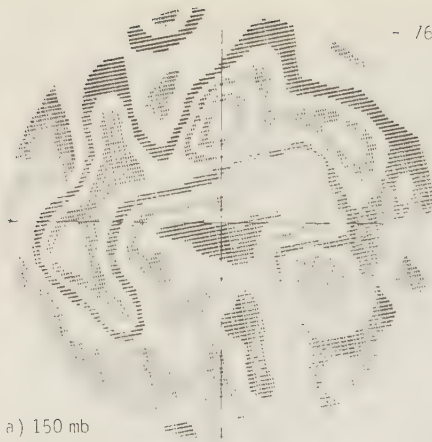
d) 600 mb



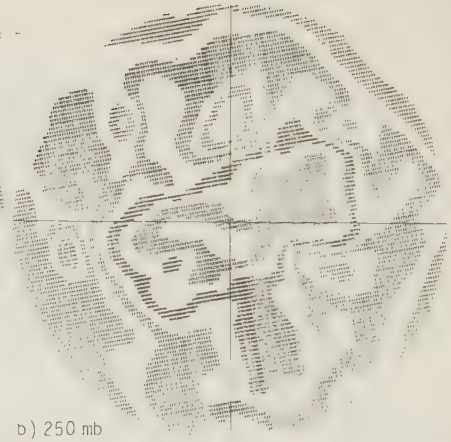
e) 800 mb



f) P_0



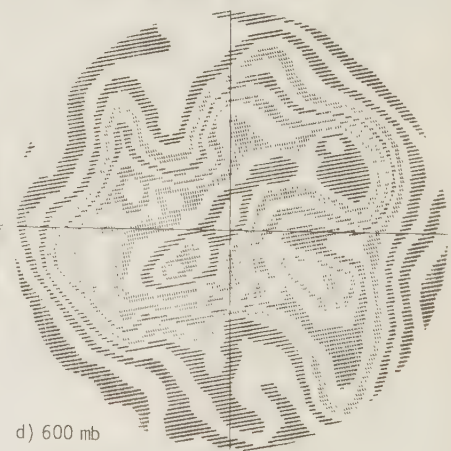
a) 150 mb



b) 250 mb



c) 400 mb

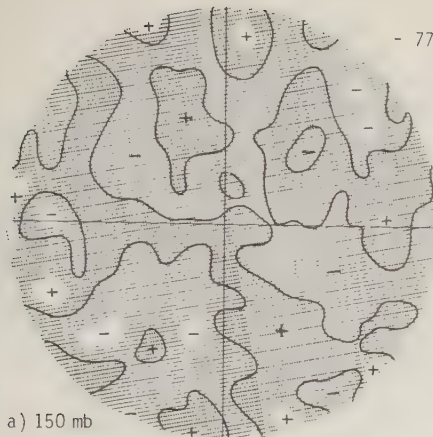


d) 600 mb



e) 800 mb

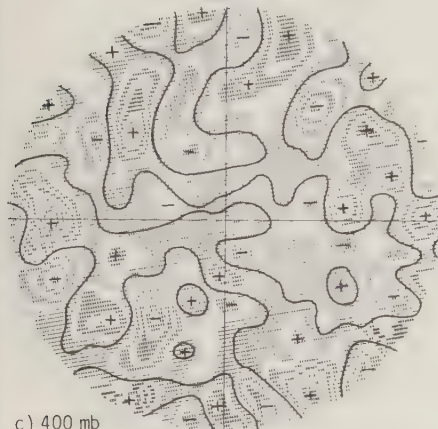
Abb. 27a-e 18.12.71-6z. Temperatur
T in den Höhen 150,250,
400,600,800 mb. Min=200K, Ab=2,5 K
(Erläuterungen zur Zebraanalyse S.60)



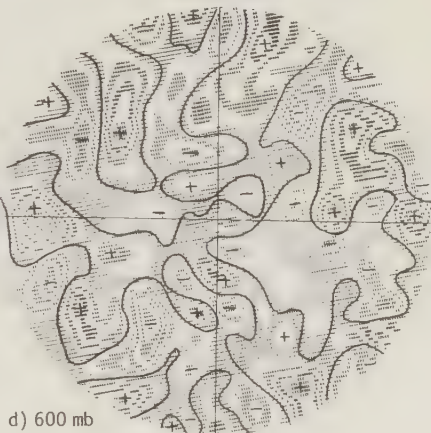
a) 150 mb



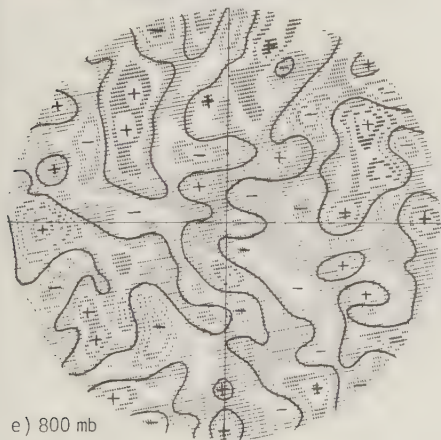
b) 250 mb



c) 400 mb



d) 600 mb



e) 800 mb

Abb. 28a-e 18.12.71-6z. Generali-
sierte Vertikalgeschwin-
digkeit ω in den Höhen 150,250,400,
600,800 mb. Ab = $5 \cdot 10^{-4}$ mb/s
(Erläuterungen zur Zebraanalyse S.60)



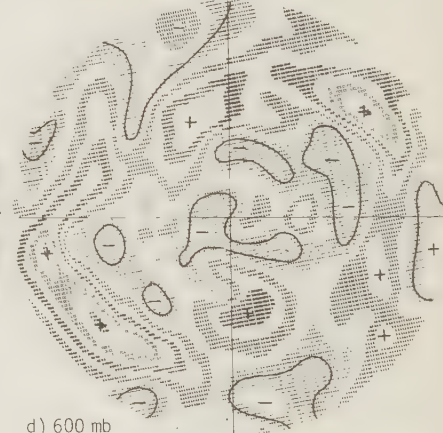
a) 150 mb



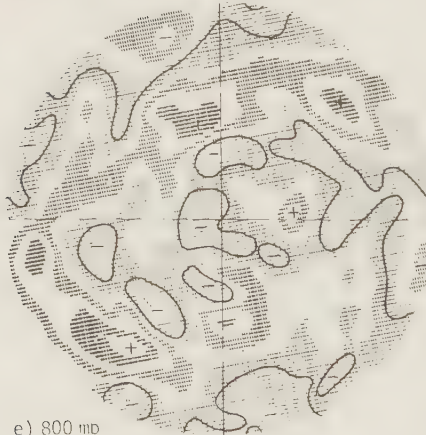
b) 250 mb



c) 400 mb

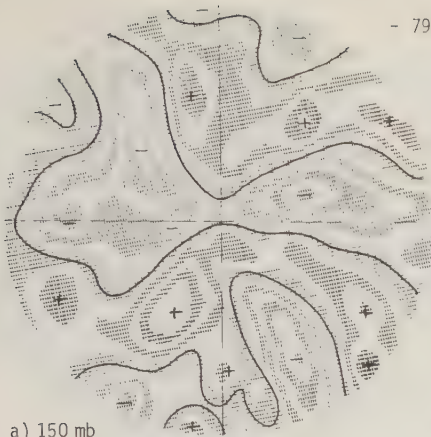


d) 600 mb

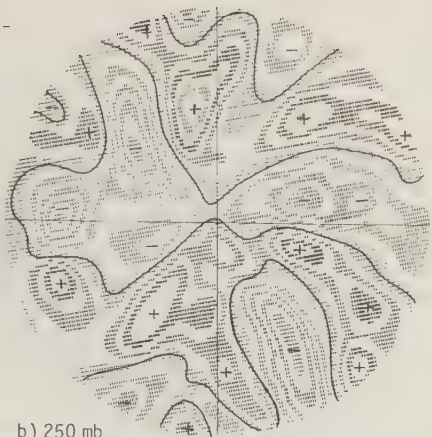


e) 800 mb

Abb. 29a-e 18.12.71-6z. Zonale Windkomponente v_z (positiv nach Osten) in den Höhen 150, 250, 400, 600, 800 mb. Ab = 5 m/s (Erläuterungen zur Zebraanalyse S.60)



a) 150 mb



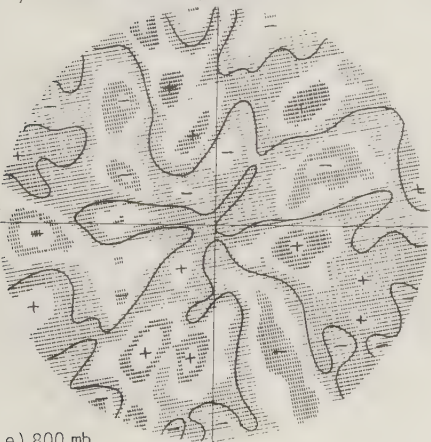
b) 250 mb



c) 400 mb



d) 600 mb



e) 800 mb

Abb.30a-e 18.12.71-6z. Meridionale
Windkomponenten v_y (positiv
nach Norden) in den Höhen 150,250,
400,600,800 mb. Ab = 5 m/s
(Erläuterungen zur Zebraanalyse S.60)



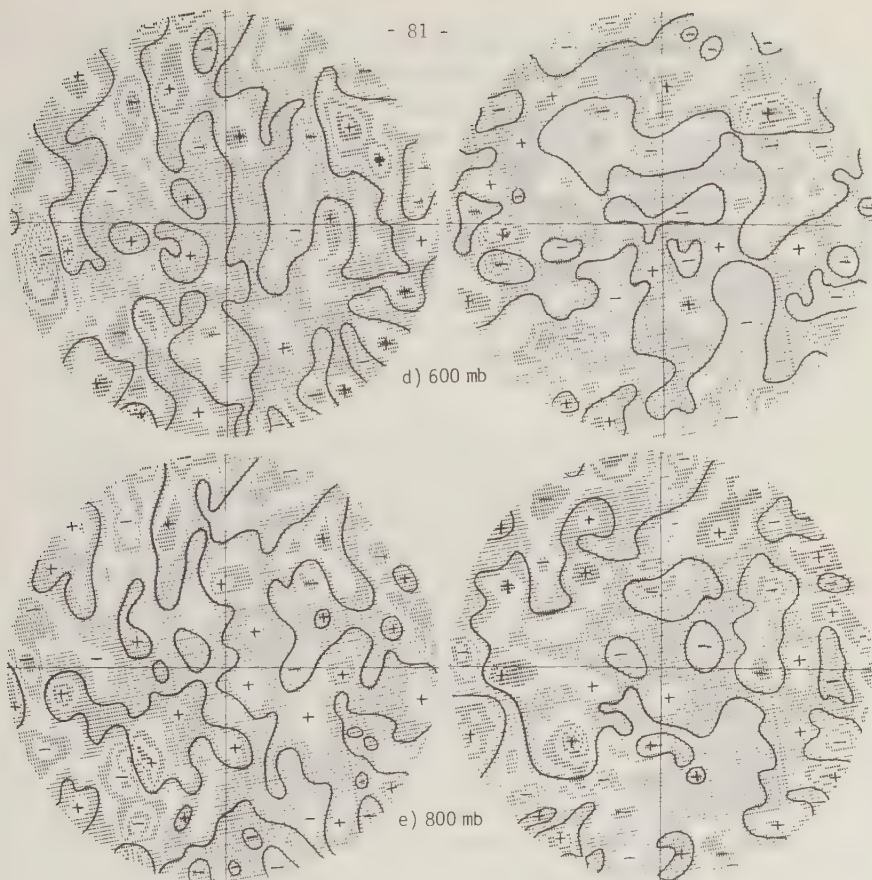


Abb. 31 a-e 18.12.71-6z. Kartesische Komponenten der Abweichungen des ageostrophischen Windes vom geostrophischen Wind in den Höhen 150,250,400,600,800 mb.
 Links: Komponente δv_e (positiv nach unten)
 Rechts: Komponente δv_n (Positiv nach rechts)
 (vergl. Abb.12,S.53)
 Ab = 1 m/s (Erläuterungen zur Zebraanalyse S.60)

Abb. 27 zeigt ferner in der 250 mb - und erst recht in der 150 mb - Fläche, daß der monotone Temperaturanstieg vom Pol zum Äquator nicht mehr gegeben ist, da sich zwischen 50 N und 70 N Wärmeinseln ausgebildet haben. Eine vollständige stratosphärische Umkehrung des meridionalen Temperaturverlaufes ist jedoch noch nicht zu beobachten.

Abb. 28 zeigt die Vertikalgeschwindigkeit ω in den Höhen 150, 250, 400, 600 und 800 mb. Man erkennt, daß das bereits in Abb. 25 gezeigte Feld in 600 mb die größten Werte aufweist. Aber auch im 400 mb - Niveau ist ω noch sehr beachtlich. Das steht in Einklang mit der Erfahrung, daß die Atmosphäre in den Höhen zwischen 500 und 600 mb nahezu divergenzfrei ist.

Die Abbildungen 29 und 30 zeigen die Zonalkomponente v_x bzw. die Meridional Komponente v_y des Horizontalwindes. Abb. 29 weist die erwarteten Zonalwinde im westlichen Bereich der Nordhemisphäre auf. Die stärksten Zentren befinden sich in der Höhe 250 mb, wo v_x Werte zwischen 65 und 70 m/s erreicht, das sind Werte um 250 km/h. Im östlichen Bereich konzentrieren sich die Zentren in den Achsen der Keile und Tröge. Selbstverständlich sind nahezu alle Werte von v_x positiv, das heißt die Zonalkomponente ist nach Osten gerichtet. Abb. 30 zeigt dagegen positive und negative Zentren von v_y entsprechend den Nord- und Südkomponenten des Windes vor und hinter den Trögen. Sehr pauschal gesprochen, enthalten die v_y -Felder im östlichen Teil der Nordhemisphäre die ausgeprägteren Zentren, die v_x -Felder dagegen im westlichen Teil. Hierin äußert sich die schon festgestellte Tatsache, daß die Großturbulenz auf der östlichen Nordhemisphäre stärker ist als auf der westlichen.

In Abb. 31 sind die kartesischen Komponenten δv_ξ , δv_η der Abweichungen des wirklichen Windes vom geostrophischen Wind dargestellt. Positive Werte von δv_ξ sind in der Zeichenebene nach unten gerichtet, positive Werte von δv_η nach rechts. Das stärkste vorkommende Zentrum (δv_ξ im 400 mb - Niveau bei 80 W / 35 N) hat einen Wert von $-24 \text{ m/s} = -86 \text{ km/h}$, das sind -43% des an der gleichen Stelle vorhandenen Windes v_x von $55 \text{ m/s} = 198 \text{ km/h}$. Hier zeigt sich sehr deutlich der Träg-

heitseffekt im Einzugsgebiet des Strahlstroms über dem Atlantik (in der Nähe des Längengrades 90 W gilt $v_x \approx v_\xi$). An anderen Stellen sind die ageostrophischen Windkomponenten wesentlich geringer. Vergleicht man Abb. 31 mit Abb. 28, so stellt man fest, daß die Vertikalgeschwindigkeit ω recht stark mit dem Betrag $|\delta w_h|$ der ageostrophischen Windabweichung korreliert ist. Eine Ausnahme hiervon bilden die Zentren von δv_ξ und δv_η bei etwa 30 E und 50 N, denn Abb. 28 zeigt hier keine wesentlichen Vertikalgeschwindigkeiten. Diese Verhältnisse kann man mit der Formel

$$(108) \quad \delta w_h = -\frac{1}{f^2} \nabla_h \frac{\partial \phi}{\partial t} + \omega \frac{R}{f^2 p} \nabla_h T$$

erklären, welche aus der Theorie der ageostrophischen Winde folgt (FORTAK (1966-69)). Die starke Korrelation zwischen $|\delta w_h|$ und ω deutet auf ein Überwiegen des zweiten Terms hin. Andererseits sind im eben beschriebenen Gebiet mit verschwindender Vertikalgeschwindigkeit starke Isalohypsengradienten vorhanden (ohne Abbildung), aus welchen die beobachteten δv_ξ und δv_η - Werte gemäß (108) resultieren. Die richtige Wiedergabe dieser Zusammenhänge kann als ein weiterer Hinweis angesehen werden, daß die Güte der Modelldaten sowie ihrer Aufbereitung gemäß Kap. 4 auch ausreichend ist zur realistischen Diagnose der energetischen Umsetzungen.

5.2 Der Lorenzsche Energiezyklus

5.21 Die großturbulente Aufspaltung der Grundfelder

Die Abbildungen 32-35 illustrieren die großturbulente Aufspaltung der vier an den energetischen Diagnosen beteiligten Grundfelder T , ω , v_x und v_y :

$$T = \bar{T} + T' \quad , \quad \omega = \bar{\omega} + \omega' \quad , \quad v_x = \bar{v}_x + v_x' \quad , \quad v_y = \bar{v}_y + v_y'$$

Diese Aufspaltung trägt der von A.DEFANT (1921) entwickelten Vorstellung Rechnung, daß die Zyklonen und Antizyklonen als Turbulenz-

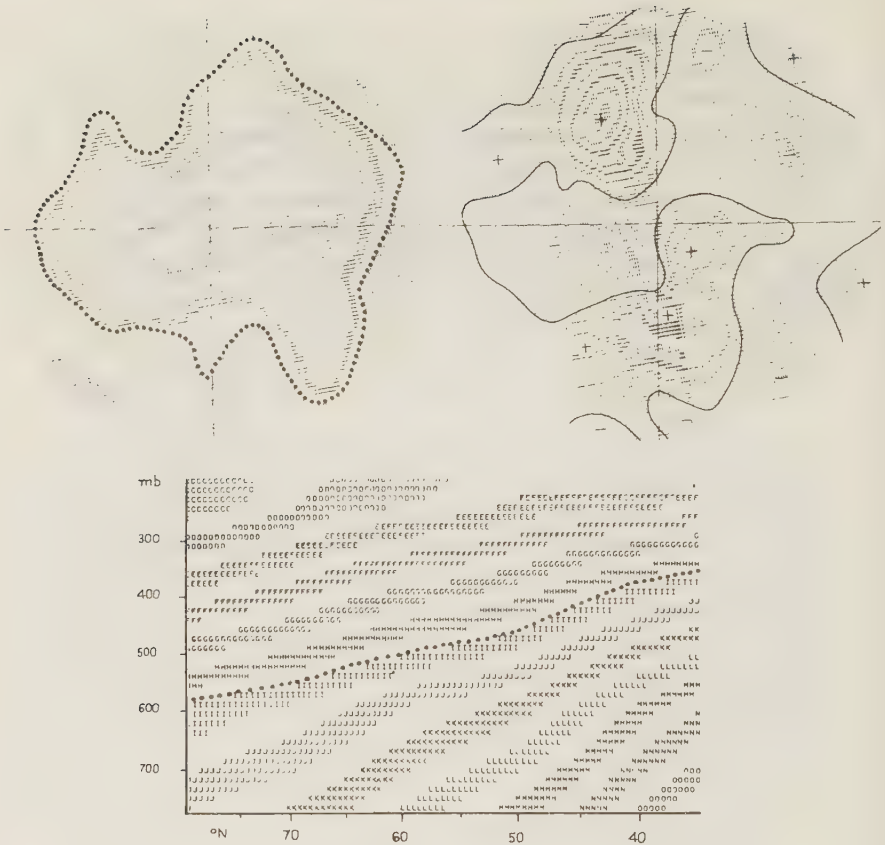


Abb. 32 Zur großturbulenten Aufspaltung der Temperatur. 18.12.71-06z (Erläuterungen zur Zebraanalyse S. 60)

a) (oben links) Temperatur T im 400 mb - Niveau (..... kennzeichnet die Flächenmitteltemperatur $\bar{T} = 239,7$ K in diesem Niveau) (Min=200 K, Ab=2.5 K)

b) (oben rechts) Temperaturschwankung $T' = T - \bar{T}$ im 400 mb - Niveau (Ab=1 K)

c) (unten) Zonalmittelwerte $\bar{T}$ der Temperatur (..... Flächenmitteltemperatur $\bar{T} = 239,7$ K des 400 mb - Niveaus) (Min=200 K, Ab=2.5 K)

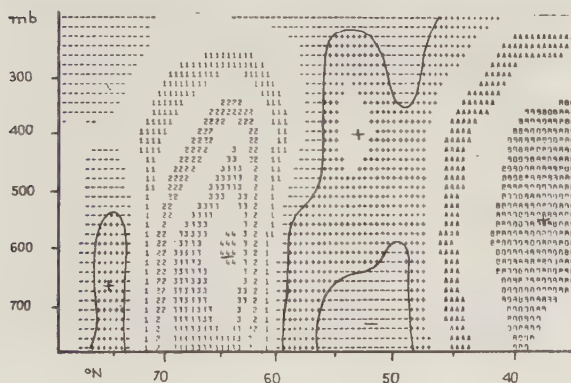
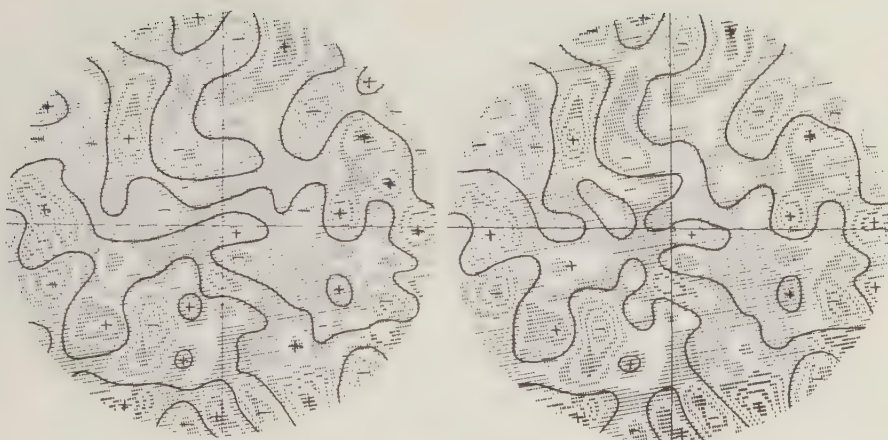


Abb. 33 Zur großturbulenten Aufspaltung der Vertikalgeschwindigkeit
18.12.71-06z (Erläuterungen zur Zebraanalyse S. 60)

a) (oben links) Vertikalgeschwindigkeit ω im 400 mb - Niveau

($Ab = 5 \cdot 10^{-4}$ mb/s)

b) (oben rechts) Schwankung der Vertikalgeschwindigkeit $\omega' = \omega - \bar{\omega}$
im 400 mb - Niveau ($Ab = 5 \cdot 10^{-4}$ mb/s)

c) (unten) Zonalmittelwerte $\bar{\omega}$ der Vertikalgeschwindigkeit

($Ab = 5 \cdot 10^{-5}$ mb/s)

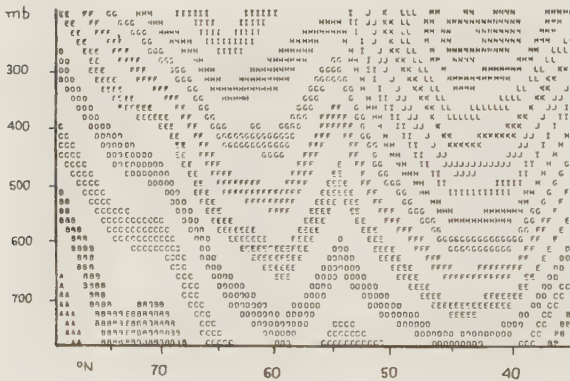
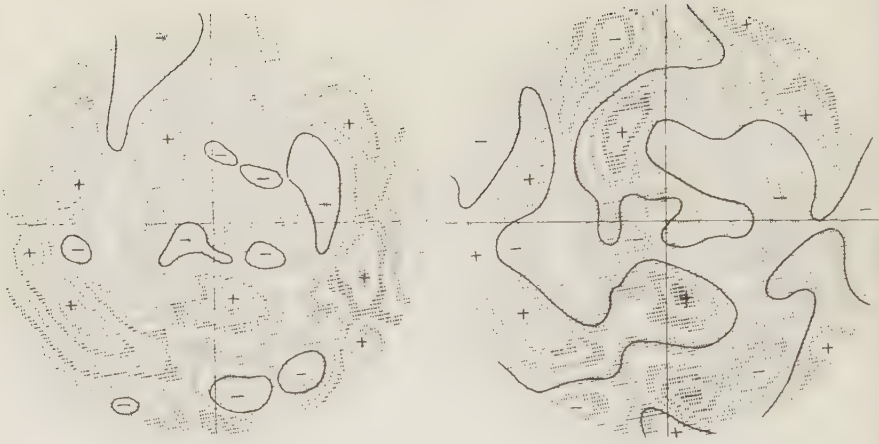


Abb. 34 Zur großturbulenten Aufspaltung der Zonalkomponente des Horizontalwindes. 18.12.71-06z (Erläuterungen zur Zebraanalyse S. 60)

a) (oben links) Zonalkomponente v_x des Horizontalwindes im 400 mb - Niveau ($\Delta b = 5\text{m/s}$)

b) (oben rechts) Schwankung der Zonalkomponente des Horizontalwindes $v'_x = v_x - \bar{v}_x$ im 400 mb - Niveau ($\Delta b = 5\text{m/s}$)

c) (unten) Zonalmittelwerte $\bar{v}_x$ der Zonalkomponente des Horizontalwindes ($\Delta b = 1\text{m/s}$)

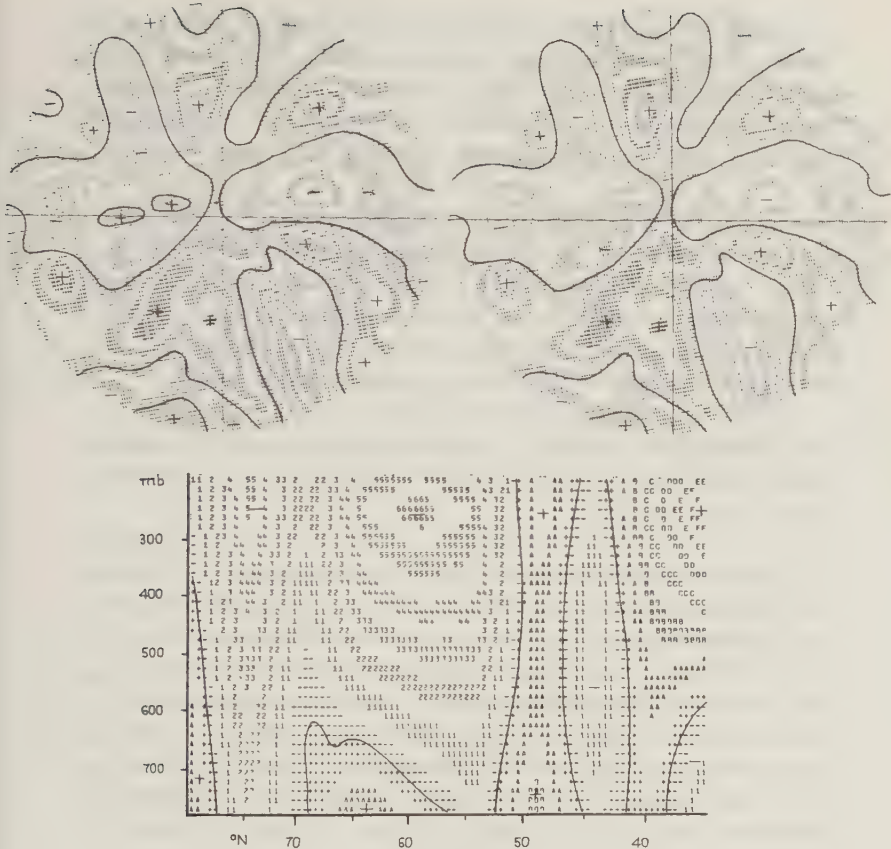


Abb. 35 Zur großturbulenten Aufspaltung der Meridional Komponente des Horizontalwindes. 18.12.71-06z (Erläuterungen zur Zebraanalyse S. 60)

- (oben links) Meridional Komponente v_y des Horizontalwindes im 400 mb - Niveau ($Ab=5\text{ m/s}$)
- (oben rechts) Schwankung der Meridional Komponente des Horizontalwindes $v_y' = v_y - \bar{v}_y$ im 400 mb - Niveau ($Ab=5\text{ m/s}$)
- (unten) Zonalmittelwerte $\bar{v}_y$ der Meridional Komponente des Horizontalwindes ($Ab=0,1\text{ m/s}$)

körper der Großbraunturbulenz gedeutet werden können. Die Zonalmittelwerte werden durch Meridionalschnitte dargestellt, während für die übrigen (dreidimensionalen) Felder nur die 400 mb - Flächen wiedergegeben werden (vergl. Abb. 27-30 auf S. 76-79 für die dreidimensionale Darstellung der Ausgangsgrößen T , ω , v_x , v_y).

Im Falle der drei Windkomponenten (Abb. 33-35) handelt es sich um Größen, die direkt in die Formeln für die energetischen Größen eingesetzt werden. Beim Temperaturfeld, dem vierten der an der energetischen Diagnose beteiligten Grundfelder, tritt ein Sonderfall ein, weil nicht die Temperatur T selbst, sondern ihre Abweichung T' vom Flächenmittelwert in analoger Weise aufgespalten werden muß:

$$T' = \overline{T'} + (T')'$$

Der großturbulente Anteil $(T')'$ ergibt sich so, als wenn die Temperatur T selbst die großturbulente Aufspaltung, $T = \overline{T} + T'$, erfahren hätte (vergl. Kap. 2.5):

$$T' = \overline{T'} + (T')' = \overline{T'} + T'$$

Die beiden übrigen Glieder, T' und $\overline{T'}$, unterscheiden sich von den entsprechenden Gliedern T und $\overline{T}$ nur um den für jede Fläche konstanten Flächenmittelwert $\overline{T}$. In Abb. 32 ist diese mittlere Isotherme $\overline{T}$ für die 400 mb - Fläche eingezeichnet. Sie liegt so weit im Süden (Abb. 32a), weil der Flächenmittelwert $\overline{T}$ aus dem gesamten nordhemisphärischen Feld des DWD - Modells berechnet wurde. Die Horizontaldarstellungen in dieser Arbeit erstrecken sich jedoch nur bis 30 N. Abb. 32b zeigt selbstverständlich Zentren von T' in den Keilen und Trögen, während Abb. 32c das erwartete Süd-Nordgefälle der Temperaturzonalmittelwerte $\overline{T}$ wiedergibt.

Die Abbildungen 33a und b zeigen erwartungsgemäß, daß das Feld der Vertikalgeschwindigkeit ω und das Feld ω' ihrer Abweichung vom Zonalmittelwert nahezu identisch sind. Dementsprechend enthält Abb. 33c sehr niedrige Werte der Zonalmittelwerte ω . Der Maximalwert in den Abbildungen 33a und b beträgt etwa $5,5 \cdot 10^{-3} \text{ mb/s} \approx 8,3 \text{ cm/s}$ (90 W, 40 N), während das Maximum von $\overline{\omega}$ bei 65 N nur $0,4 \cdot 10^{-3} \text{ mb/s} \approx 0,5 \text{ cm/s}$ beträgt, in 400 mb jedoch nur $0,2 \cdot 10^{-3} \text{ mb/s}$. Es ist inter-

essant, daß der geringe "Rest", der bei der Zonalmittelung übrig bleibt, qualitativ in Einklang steht mit dem, was man im klimatologischen Mittel erwarten würde, nämlich ein Aufsteigen bei 65 N entsprechend einer polaren Tiefdruckrinne und ein Absinken bei 35-40 N entsprechend einem subtropischen Hochdruckgürtel.

Die Abbildungen 34 und 35 zeigen die großturbulente Aufspaltung der horizontalen Windkomponenten v_x und v_y . Abb. 34c läßt zwei strahlstromartige Zentren von $\bar{v}_x$ in Höhen um 200-250 mb erkennen, von denen das nördliche bei 65 N Werte von 19 m/s erreicht, das südliche bei 44 N sogar Werte von 29 m/s. Ein Vergleich mit $\bar{\omega}$ (Abb. 33c) zeigt, daß der nördliche Strahlstrom genau über dem Bereich maximalen Aufstiegs liegt. Er kann also mit dem Polarfrontjet identifiziert werden. Der südlichere Strahlstrom liegt über dem Absinkgebiet des subtropischen Hochdruckgürtels, es ist also der Subtropenjet.

Sämtliche Zonalmittelwerte von v_x sind positiv. Die Zonalmittelwerte von v_y dagegen wechseln ihr Vorzeichen. Bei 60 N liegt ein Zentrum mit dem Wert -1,3 m/s, bei 35 N ein Zentrum mit dem Wert +1,4 m/s. Die Zonalmittelwerte von v_y sind also um eine Größenordnung kleiner als die Zonalmittelwerte von v_x . Daher weichen auch die Felder v_x und v'_x (Abb. 34a und b) stärker voneinander ab, als die Felder v_y und v'_y (Abb. 35a und b), welche wie die Felder ω und ω' fast identisch sind. Dagegen unterscheidet sich v_x von v'_x wesentlich, oft sogar im Vorzeichen. Diese Ergebnisse stimmen mit der synoptischen Erfahrung gut überein. Zur Herleitung der Gleichung (18), S. 16 wurde ja auch die Approximation $\bar{v}_y \ll \bar{v}_x$ schon verwendet. Darüber hinaus zeigt sich, daß der kleine "Rest" $\bar{v}_y$, der nach der Zonalmittelung von v_y übrigbleibt, nicht etwa ein "Zufallsrest" ist, sondern daß er in Verbindung mit den ebenfalls kleinen Werten von $\bar{\omega}$ ein konsistentes Bild der mittleren Meridionalzirkulation liefert. Im Schemabild Abb. 36 sind die Zentren der Abb. 33c und 35c durch Vektorpfeile gekennzeichnet. Man sieht (angedeutet durch die punktierte Linie) eine geschlossene indirekte Zirkulationszelle nördlich von 40 N. Der Bereich der Aufwärtsbewegungen in dieser

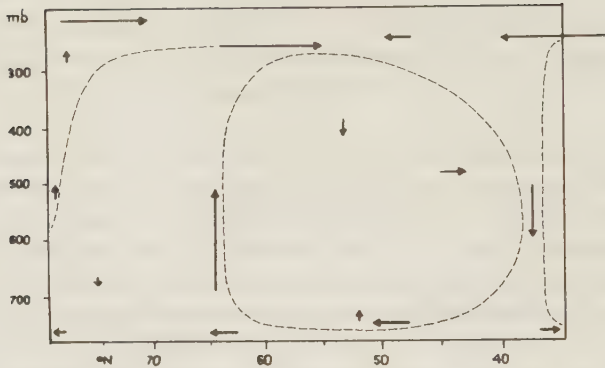


Abb. 36 Schemabild für die zonalgemittelte Zirkulation in der Meridionalebene. Ort und Länge der Windvektorpfeile wurden aus den Zentren der Abb. 33c und 35c gewonnen.

Ferrelzelle weist eine Doppelstruktur auf. Südlich von 40°N zeigt Abb. 36 die erwartete direkte Hadleyzelle der Tropen. Die mittlere geschlossene Zirkulationszelle hat eine horizontale Ausdehnung von etwa 2800 km (40–65°N) und eine vertikale Ausdehnung von etwa 8 km (800–250 mb). Das Verhältnis Vertikalausdehnung zu Horizontalausdehnung beträgt also 1 zu 450. Bildet man das Verhältnis des maximalen $\bar{\omega}$ (0,5 cm/s) zum maximalen $\bar{v}_y$ (1,4 m/s), so erhält man den sehr ähnlichen Wert 1 zu 280. In Abb. 36 erhält dieses Verhältnis wegen der Überhöhung etwa den Wert 1 zu 1.

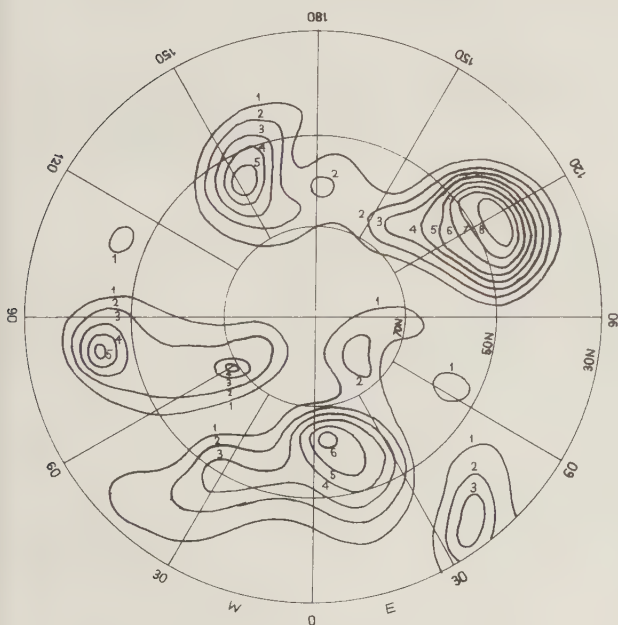
5.22 Die verfügbare potentielle Energie (a, a_E, a_Z)

Die Abb. 37 zeigt das Vertikalintegral der nach Gleichung (50) (S. 26) berechnete Beiträge a der Flächen- und Schichtdickeneinheit zur gesamten verfügbaren potentiellen Energie A der Atmosphäre. In dieser und in allen folgenden Horizontalarstellungen von



18.12.71-6z a , 10^6 J m^{-2} (Vert. Integr.)

Abb.37 Vertikal-
integral
der lokalen Bei-
träge a zur ver-
fügbaren poten-
tiellen Energie



18.12.71-6z a_E , 10^6 J m^{-2} (Vert. Integr.)

Abb.38 Vertikal-
integral
der lokalen Bei-
träge a_E zur
großturbulenten
verfügbaren po-
tentiellen En-
ergie

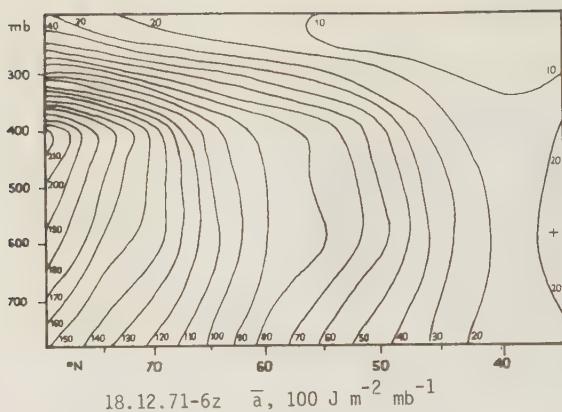


Abb.39 Vertikalschnitt
der zonalgemittelten Beiträge $\bar{a}$ zur verfügbaren potentiellen Energie

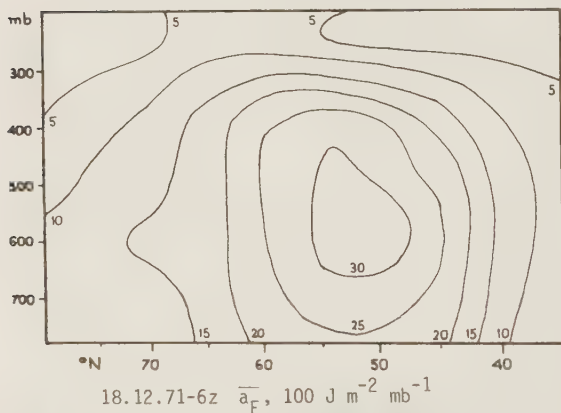


Abb.40 Vertikalschnitt
der zonalgemittelten Beiträge $\bar{a}_E$ zur großturbulenten verfügbaren potentiellen Energie

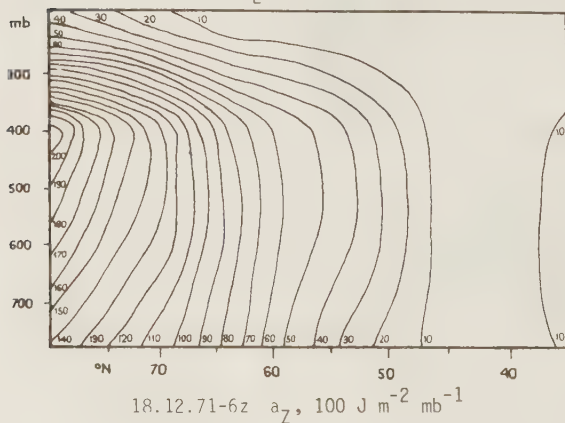


Abb.41 Vertikalschnitt
der Beiträge a_z zur zonalen verfügbaren potentiellen Energie

Vertikalintegralen sind also an jedem Feldpunkt die Beiträge der Flächeneinheit der jeweiligen energetischen Größe zum Gesamtintegral abzulesen.

Ein Vergleich der Abb. 37 mit der dreidimensionalen Temperaturdarstellung (Abb. 27) zeigt, daß sich vor allem das grönländische Kältereservoir bei 60 W und das asiatische Kältereservoir bei 120 E durch kräftige Vorräte von verfügbarer potentieller Energie bemerkbar macht. Das Kältegebiet über dem Uralgebirge bei 60 E äußert sich in einem schwächeren Zentrum.

Da sich die Temperaturverhältnisse vertikal qualitativ nur wenig ändern (die stratosphärische Kompensation ist bis 150 mb noch nicht sehr ausgeprägt), kann man die 400 mb - Fläche als repräsentativ für vertikal gemittelte Verhältnisse ansehen. Vergleicht man Abb. 37 mit 32a (S. 84), so wird die Struktur des Feldes der verfügbaren potentiellen Energie sofort verständlich. Dort, wo die Temperatur der Flächentemperatur entspricht, muß a nach Gleichung (50) verschwinden. Das ist etwa im Bereich der südlichen Begrenzung der Polarfront der Fall, wie ein Vergleich mit der 500 mb - Karte (Abb. 24, S. 72) zeigt. Dieses Ergebnis entspricht vollkommen dem von SPETH (1969). Nördlich und südlich hiervon steigt die verfügbare potentielle Energie an entsprechend einer negativen beziehungsweise positiven Temperaturschwankung gegenüber dem Flächenmittelwert. Vom südlichen Anstieg ist in Abb. 37 nur ein Teil erfaßt, da sich die Darstellung nur bis 30 N erstreckt.

Das Feld der Beiträge der Flächeneinheit zur großturbulenten verfügbaren potentiellen Energie ist in Abb. 38 wiedergegeben. Durch Vergleich mit Abb. 24 oder 26 (S. 72 bzw. 75) stellt man fest, daß ausgeprägte Zentren auftreten in den Trögen bei 40 E, 120 E, 85 W und 30 W sowie in den Keilen bei 10 E und 150 W. Das Feld a_E ist fast vollständig zu erklären als das quadrierte Feld von Abb. 32b (S. 84), was wegen Formel (41) (S. 25), nach der sich a_E hauptsächlich aus dem Quadrat der großturbulenten Temperaturschwankung berechnet, auch leicht zu verstehen ist. Allerdings gibt Abb. 32b nur die Verhältnisse im 400 mb - Niveau wieder, während Abb. 38

ein Vertikalintegral darstellt. Hieraus erklären sich auch die Abweichungen aus den beiden Abbildungen. Zum Beispiel ist in Abb. 38 das Zentrum bei 120 E wesentlich stärker als das Zentrum bei 40 E ($8 \cdot 10^6 \text{ J m}^{-2}$ gegen $3 \cdot 10^6 \text{ J m}^{-2}$), obwohl nach Abb. 32b die negative Temperaturschwankung im erstgenannten Zentrum kaum größer ist (-13 Grad gegen -10 Grad). Den Grund hierfür ersieht man aus der dreidimensionalen Temperaturdarstellung (Abb. 27, S. 76). Vom 400 mb-Niveau an abwärts verschiebt sich der Schwerpunkt der Kaltluftzunge bei 40 E und 40 N nach Norden, während sich das orographisch bedingte asiatische Kältegebiet bei 120 E in der unteren Troposphäre eher noch deutlicher zeigt als im 400 mb - Niveau. Daher liefert die mittlere und untere Troposphäre bei 120 E größere Beiträge zum Vertikalintegral von a_E als bei 40 E/ 40 N.

Sowohl in dieser Arbeit als auch bei SPETH (1969) zeigen die Vertikalintegrale von a_E Zentren an Orten, an denen die Vertikalintegrale von a fast verschwinden. Obwohl a , a_E und a_Z positiv definierte Größen sind, ist das kein Widerspruch, denn es gilt zwar $\bar{a} = \bar{a}_E + a_Z$, jedoch $a \neq a_E + a_Z$. Im nächsten Kapitel wird bei der Diskussion der entsprechenden Felder der kinetischen Energie auf diesen Punkt ausführlicher eingegangen.

Die Abbildungen 39-41 zeigen Meridionalschnitte der zonalgemittelten Energien $\bar{a}$ und $\bar{a}_E$ sowie das Feld von a_Z , welches nicht aus der Beziehung $a_Z = \bar{a} - \bar{a}_E$ gewonnen, sondern unabhängig nach der Formel (41) (S. 25) berechnet wurde, um eine Kontrolle über die Ergebnisse der Programmierung zu haben. An den Abbildungen erkennt man, daß die Werte der zonalen und der großturbulenten verfügbaren potentiellen Energie in der mittleren Troposphäre am größten sind. Das liegt hauptsächlich daran, daß der ihnen gemeinsame Faktor γ (Gleichung (47), S. 25) in diesem Niveau die größten Werte hat:

Höhe (mb)	150	250	400	600	800
$\gamma \text{ (m}^2/\text{s} \cdot \text{Grad}^2)$	6,03	7,93	14,01	9,62	5,79

Der Faktor γ ist ein Maß für die flächengemittelte reziproke statische Stabilität der Atmosphäre, wie man am besten an Gleichung (24) (S. 18) erkennen kann. Daß das Maß der statischen Stabilität von großem Einfluß auf die verfügbare potentielle Energie sein muß, ist leicht einzusehen. Die Umwandlung in kinetische Energie geschieht durch Vertikalbewegungen (Heben von warmer und Senken von kalter Luft). Die dabei auftretenden adiabatischen Abkühlungen und Erwärmungen bewirken gerade das Verschwinden des horizontalen Temperaturgegensatzes, auf welchem der Vorrat an verfügbarer potentieller Energie beruht. Dieser Temperaturgegensatz verschwindet aber um so schneller, je größer die statische Stabilität ist. Je geringer also die statische Stabilität ist, desto mehr potentielle Energie ist für die Umwandlung in kinetische Energie verfügbar. Die verfügbare potentielle Energie ist also in der mittleren Troposphäre deshalb am größten, weil dort die mittlere statische Stabilität am geringsten ist. In der Stratosphäre deutet sich ein sekundäres Maximum von $\bar{a}_E$, nicht jedoch von a_Z an. Entsprechende Ergebnisse für a_E sind auch von SPETH (1969) gefunden worden.

Was die meridionale Verteilung von $\bar{a}$ und $\bar{a}_E$ betrifft (Abb. 39 und 40), so findet man die aufgrund von Abb. 37 und Abb. 38 zu erwartenden Ergebnisse, nämlich ein Ansteigen von $\bar{a}$ nördlich und südlich von 40 N, sowie ein Zentrum von $\bar{a}_E$ bei 52 N. Die Maximalbeträge von $\bar{a}_E$ sind mit $3000 \text{ J m}^{-2} \text{ mb}^{-1}$ wesentlich geringer als die Maximalbeträge von a_Z , welche im äußersten Norden (80 N) bei $20000 \text{ J m}^{-2} \text{ mb}^{-1}$ liegen (Abb. 41). SPETH (1969) hat für den 15.2.1962-00z Maximalwerte von $4600 \text{ J m}^{-2} \text{ mb}^{-1}$ für $\bar{a}_E$ und von $13500 \text{ J m}^{-2} \text{ mb}^{-1}$ für a_Z gefunden. Seine Darstellung erstreckt sich jedoch nur bis 75 N, und in dieser Breite weist Abb. 41 den sehr ähnlichen Wert von $15000 \text{ J m}^{-2} \text{ mb}^{-1}$ auf.

5.23 Die kinetische Energie (k, k_E, k_Z)

Die Abbildung 42 zeigt das Vertikalintegral der nach Gleichung (49) (S. 26) berechneten Beiträge k zur gesamten kinetischen Energie K der Atmosphäre. Das Feld ist im Zusammenhang mit dem dreidimensionalen Horizontalwindfeld (Abb. 29 und 30, S. 78 und 79) oder mit dem dreidimensionalen Höhenfeld (Abb. 26, S. 75) leicht zu verstehen. Ein Band kinetischer Energie zieht sich in wechselnden Breiten zwischen 40 N und 60 N um die gesamte Hemisphäre. Es folgt dabei der Polarfront und erreicht starke Werte im Bereich zwischen 30 W und 90 W sowie bei 130 E. Hier drängen sich auch die Isohypsen besonders stark (vor allem in der 250 mb - Fläche Abb. 26, S. 75). Die Spitzenwerte von $12 \cdot 10^6 \text{ J m}^{-2}$ sind sehr gut vergleichbar mit den Ergebnissen von FECHNER (1970) für die Hamburger Sturmflutwetterlage vom Februar 1962, für die an einigen Stellen sogar Werte um $15 \cdot 10^6 \text{ J m}^{-2}$ gefunden wurden.

Die Abbildung 43, das Vertikalintegral der nach Gleichung (40) (S. 25) berechneten Beiträge k_E zur gesamten großturbulenten kinetischen Energie, läßt sich am einfachsten im Zusammenhang mit den Feldern der Schwankungen v'_x und v'_y der Windkomponenten gegenüber den Zonalmittelwerten im 400 mb - Niveau verstehen (Abb. 34b und 35b, S. 86 und 87), da k_E proportional dem Summenfeld der Quadrate der letztgenannten Felder ist. Die beiden Hauptzentren von Abb. 42 sind auch im vertikalintegrierten k_E - Feld vertreten, wenn auch nur mit weniger als der halben Intensität. Zusätzlich enthält Abb. 43 zwei neue starke Zentren im Trog bei 30 E und im Bereich des Keiles bei 150 W. Die beiden eben erwähnten Zentren vom vertikalintegrierten Beitrag k_E zu K_E befinden sich an Orten, an denen k sehr gering ist. Wir begegnen hier wieder dem gleichen Problem wie bei den entsprechenden Feldern von a und a_E , und der formale Grund für dieses Verhalten liegt wieder daran, daß zwar $\bar{K} = \bar{k}_E + \bar{k}_Z$ gilt (vergl. die folgenden Abbildungen 44-46), jedoch $k \neq k_E + k_Z$. Die Größe k_E ist die kinetische Energie eines "hypothetischen" Windes v'_h , der durch die Abweichung des wirklichen Windes vom Zonalmittel des wirklichen Windes definiert



Abb.42 Vertikal-
integral
der lokalen Bei-
träge k zu kinetischen Energie

18.12.71-6z k , 10^6 J m^{-2} (Vert. Integr.)



Abb.43 Vertikal-
integral
der lokalen Bei-
träge k_E zur
größturbulenten
kinetischen En-
ergie

18.12.71-6z k_E , 10^6 J m^{-2} (Vert. Integr.)

ist, $\mathbf{v}_h = \mathbf{v}_h - \bar{\mathbf{v}}_h$. Dieser "hypothetische" Wind kann sogar an Orten vorhanden sein, an denen in Wirklichkeit Windstille vorliegt, nämlich dann, wenn auf dem gleichen Breitenkreis an irgendeiner Stelle der Wind nicht verschwindet. Natürlich sind die so entstandenen Energieformen nicht rein formal, sie orientieren sich an der Wirklichkeit und helfen, die komplexen energetischen Prozesse deutlicher zu gestalten: Immerhin kennzeichnen die nicht auf realen Winden basierenden Zentren in Abb. 43, daß hier starke Abweichungen von zonalgemittelten Verhältnissen vorliegen, und zu zonal gemittelten Verhältnissen führen ganz bestimmte physikalische Prozesse. Dies wird in den Kapiteln 5.24 und 5.25 bei der Diskussion der Umwandlungs- und Transferterme noch diskutiert. Darüberhinaus läßt sich der "hypothetische" Wind $\mathbf{v}_h$ auch als realer Wind für einen Beobachter interpretieren, der sich mit der Geschwindigkeit $\bar{\mathbf{v}}_h$ bewegt. In einem solchen mitschwimmenden Koordinatensystem ist die kinetische Energie durch k_E gegeben.

Die in den Abbildungen 44-46 dargestellten Felder $\bar{k}$, $\bar{k}_E$ und k_Z gestatten eine Überprüfung der Beziehung $\bar{k} = \bar{k}_E + k_Z$. Der schon an Abb. 34c identifizierte Polarfront - Strahlstrom erzeugt $\bar{k}$ - Werte von $4 \cdot 10^3 \text{ J m}^{-2} \text{ mb}^{-1}$ (Abb. 44), der subtropische Strahlstrom sogar von $7,5 \cdot 10^3 \text{ J m}^{-2} \text{ mb}^{-1}$. FECHNER (1970) fand einen entsprechenden Spitzenwert von $25 \cdot 10^3 \text{ J m}^{-2} \text{ mb}^{-1}$ für den 16.2.1962-00z, wobei jedoch zu beachten ist, daß die Zonalmittelung dort nur von 60 W bis 30 E durchgeführt wurde, und daß der Strahlstrom fast in diesem ganzen Bereich gut ausgebildet war.

Die Abbildungen 45 und 46 zeigen, daß der südliche Strahlstrom mehr durch den Anteil k_Z , der nördliche Strahlstrom mehr durch den Anteil $\bar{k}_E$ repräsentiert wird. (In diesem Zusammenhang ist mit der Bezeichnung "Strahlstrom" natürlich nur ein Maximum des zonalen Mittels des Windes gemeint). Bildet man nämlich das Verhältnis $k_Z/\bar{k}_E$, so erhält man für das südliche Zentrum den Wert $40/35 = 1,14$ für das nördliche dagegen $15/25 = 0,6$. Weiterhin zeigen die Abbildungen, daß sich beträchtliche Werte des $\bar{k}_E$ - Feldes weiter in die

untere Troposphäre erstrecken als solche des k_z - Feldes. Die filter-analytischen Untersuchungen von Kap. 5.3 werden diese Scale - Effekte noch verdeutlichen.

5.24 Die Energieumwandlungen (c , c_E , c_Z)

Von den Abbildungen 47 und 48 der Felder c und c_E ist bereits der atlantisch-europäische Ausschnitt 60 W bis 30 E, 40 bis 75 N diskutiert worden (LANGE (1975), Bild 8), allerdings hauptsächlich unter dem Gesichtspunkt der Veränderungen, welche sich ergeben, wenn man den horizontal-homogenen bzw. den zonal-homogenen Referenzzustand einmal durch Mittelungen im eben erwähnten Teilgebiet definiert und einmal durch Mittelungen auf der ganzen Nordhemisphäre. Alle Ergebnisse der vorliegenden Arbeit begründen sich auf den hemisphärischen Referenzzustand, während das erstgenannte Verfahren der in Kiel durchgeführten Untersuchung zur Energetik der Hamburger Sturmflutwetterlage vom Februar 1962 zugrunde liegt (DEFANT, FECHNER, SPETH (1972)). Dort sind empirische Ausgangsdaten der energetischen Diagnose in außerordentlich umfangreicher und komplizierter Detailarbeit gewonnen worden, so daß analoge Berechnungen aus Modelldaten an dieser Kieler Untersuchung geprüft werden konnten und mußten. Die dabei gefundene gute qualitative Übereinstimmung mit den Ergebnissen der Kieler Untersuchung muß als die wichtigste Bestätigung der Tauglichkeit der Daten des DWD- Modells für Energieberechnungen angesehen werden.

Wegen $\omega \approx \omega'$ stellen c bzw. c_E nach Gleichung (51) bzw. (42) (Seite 26 bzw. 25) im wesentlichen die Korrelation der Vertikalgeschwindigkeit dar mit der Temperaturabweichung vom Flächenmittel einerseits und vom Zonalmittel andererseits. Diese Korrelation ist positiv, wenn (entsprechend definierte) relativ kalte Luft gehoben oder wenn relativ warme Luft gesenkt wird. Beide Prozesse tragen zusammengekommen zur Hebung des gemeinsamen Schwerpunktes bei. Das ist konsistent mit den Gleichungen (48) und (39) (Seite 26 und 25), nach denen positive Werte von c bzw. c_E einen Gewinn von verfügbarer potentieller Energie a bzw. a_E auf Kosten der kinetischen Energie k bzw. k_E bedeuten. Bei negativen Werten von c bzw. c_E sind die Verhältnisse genau entgegengesetzt.

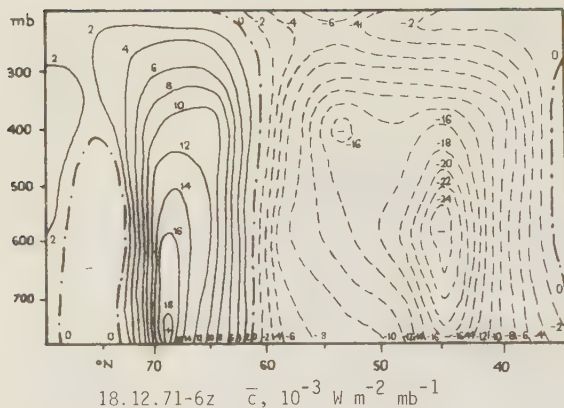


Abb.49 Vertikalschnitt der zonalgemittelten Beiträge $\bar{c}$ zur Umwandlung von kinetischer in verfügbare potentielle Energie

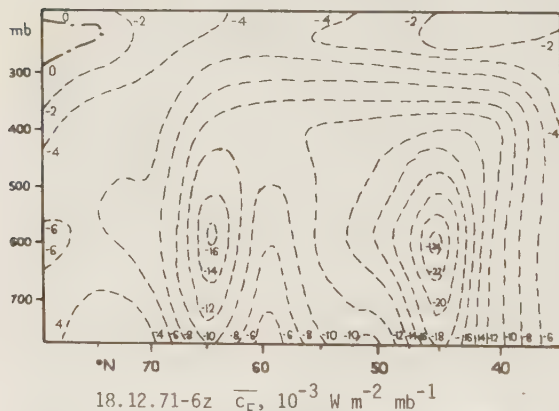


Abb.50 Vertikalschnitt der zonalgemittelten Beiträge $\bar{c}_E$ zur Umwandlung von großturbulenter kinetischer in großturbulente verfügbare potentielle Energie

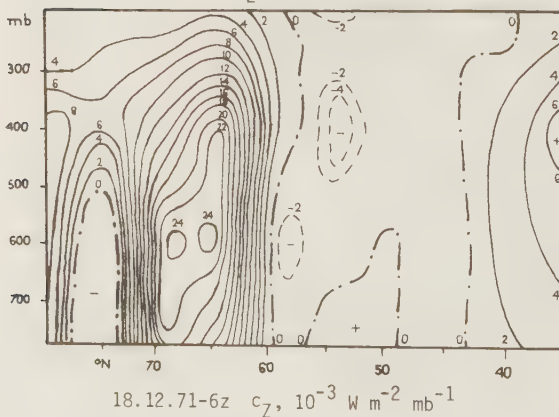


Abb.51 Vertikalschnitt der Beiträge c_Z zur Umwandlung von zonaler kinetischer in zonale verfügbare potentielle Energie

Ein Verständnis des in Abb. 47 dargestellten Vertikalintegrals von c ist schon auf der Grundlage der Felder der Temperatur und der Vertikalgeschwindigkeit im 400 mb - Niveau möglich (Abb. 32a und 33a, S.84 und 85). Die in Abb. 32a eingezeichnete Isotherme $\bar{T}$ verbindet alle Orte, an denen die gleiche Temperatur herrscht wie im Flächenmittel. An diesen Stellen verschwindet also die Temperaturschwankung T' und damit auch c . Südlich davon wird jede Vertikalbewegung als Vertikalbewegung relativ warmer Luft interpretiert. Solche warme Luft im südlichen Bereich erzeugt durch Absinken die wichtigsten positiven Zentren von c bei 25 E, 90 E, 165 E, 170 W, 50 W und 30 W. Durch Vergleich mit Abb. 25 (S.73) stellt man fest, daß es sich bei fast allen diesen Orten entweder um Kernbereiche von Hochdruckgebieten oder um die Rückseiten von Tiefdruckgebieten handelt, und zwar sind es die Druckgebilde T_2 , H_5 , T_7 , T_{15} und H_{12} . Aufsteigende Luft südlich der Isotherme $\bar{T}$ verursacht negative c - Zentren. Dies ist hauptsächlich bei 60 E, 160 W, 65 W und 30 W zu finden. Die hierfür verantwortlichen meteorologischen Systeme sind Fronten der Zyklonen T_4 , T_9 , T_{14} und T_{15} .

In entsprechender Weise ließe sich der Bereich nördlich der Isotherme $T = \bar{T}$ diskutieren. Auch hier findet man überall eine sehr gute räumlich-physikalische Zuordnung der meteorologischen Systeme zu den Zentren von c . Nur ist hier jede Vertikalbewegung als Vertikalbewegung kalter Luft zu verstehen, so daß sich jede Absinkbewegung in negativen und jede Aufstiegsbewegung in positiven Werten von c äußert. Dabei erzeugt natürlich jede Vertikalbewegung umso kräftigere Zentren von c , je nördlicher sie stattfindet (genauer: je weiter sie von der mittleren Isotherme entfernt ist und je stärker der dazwischenliegende meridionale Temperaturgradient ist). Aus diesem Grunde sind im ganzen Feld bis hin zu den nördlichsten Breiten starke Zentren von c zu finden, während das Feld der Vertikalbewegungen (Abb. 25 oder 28, S.73 oder 77) eine Konzentration der Zentren in den mittleren Breiten enthält. Insbesondere sind die relativ schwachen aber sich in höchste Breiten erstreckenden Vertikalbewegungen in der Nähe des Nullmeridians mit sehr starken Zentren von c verknüpft.

Man kann eine gewisse Willkür im Konzept der Energieumwandlungen C zwischen verfügbarer potentieller und kinetischer Energie darin sehen, daß für die

örtlichen Beiträge c nicht nur die Stärke und die Aktivität der meteorologischen Systeme verantwortlich ist, sondern auch ihr geometrischer Ort auf der Nord-Süd-Skala. Diese Willkür ist durch die Entwicklung des Konzeptes der großturbulenten Energieumwandlung c_E überwunden, denn die lokalen Beiträge c_E hierzu (Abb. 48 zeigt deren Vertikalintegral) hängen nicht mehr überwiegend davon ab, wie nahe der zu betrachtende Ort am Pol oder am Äquator liegt. Ob vertikal bewegte Luft als relativ kalt oder warm angesehen wird, hängt nun davon ab, ob man sich in einem Wellentrog oder Wellenkeil des Temperaturfeldes befindet, denn zur Berechnung von c_E wird die Korrelation von $\omega \sim \omega'$ mit der Temperaturabweichung T' vom Zonalmittel $\bar{T}$ gebildet. Da sich die starken und aktiven Drucksysteme neben starken Vertikalbewegungen auch starke zonale Temperaturgegensätze schaffen, sind die von ihnen bewirkten Energieumwandlungen durch das c_E - Feld besser dargestellt als durch das c - Feld.

Selbstverständlich ist in Abb. 47 dieser "Welleneffekt" des Temperaturfeldes dem "Breiteneffekt" überlagert, denn eine Temperaturschwankung T'' gegenüber dem Flächenmittel $\bar{T}$ hängt nicht nur von der Breite ab. Dementsprechend stellt man in mittleren Breiten, in denen meridionale Temperaturschwankungen keine starke Bedeutung haben, auch eine teilweise recht weitgehende Ähnlichkeit zwischen den Feldern c und c_E fest. Der schon kurz diskutierte Zusammenhang des c - Feldes mit der Bodenkarte gilt also gerade in den Breiten starker Zyklontätigkeit auch für das c_E - Feld. Nördlich von 70 N jedoch enthält das c_E - Feld ebenso wie das Vertikalgeschwindigkeitsfeld keine wesentlichen Zentren mehr, da hier die Zyklontätigkeit geringer ist. Weitere Einzelheiten über die Zusammenhänge zwischen der Zyklontätigkeit und den c_E - Feldern werden im Kapitel der filteranalytischen Energiefelder diskutiert.

Natürlich ist die in dem c - Feld enthaltene Abhängigkeit der Stärke der Zentren von der relativen Lage auf der Nord-Süd-Skala kein geometrischer Effekt ohne jede physikalische Bedeutung, denn die negativen Werte von T' in nördlichen und die positiven in südlichen Breiten werden ja durch die meridional unterschiedliche Strahlungsbilanz des Systems Erde - Atmosphäre erzeugt. So wie vom c - Feld der "Welleneffekt"

durch das c_E - Feld getrennt wird, so wird der "Breiteneffekt" durch das c_Z - Feld getrennt (Gl. 42). Da der "Breiteneffekt" am besten durch zonale Mittelwerte beschrieben werden kann, handelt es sich hier im wesentlichen um die Korrelation der zonalgemittelten Vertikalgeschwindigkeit $\bar{w}$ (Abb. 33c, S.85) mit der zonalgemittelten Temperaturabweichung $\bar{T}'' = \bar{T}''$ vom Flächenmittel (Abb. 32c, S.84).

Das Ergebnis ist in Abb. 51 wiedergegeben. Die Temperaturschwankung $\bar{T}''$ verschwindet ungefähr bei 45 N, wo dementsprechend auch keine Zentren von c_Z auftreten. Die zonalgemittelten Absinkbewegungen bei 35 N (Abb. 33c, S.85) als auch das Aufsteigen nördlich von 60 N äußert sich in positiven Werten von c_Z , denn Aufsteigen von kalter Luft und Absinken von warmer Luft bedeuten gleichermaßen einen Gewinn von a_Z wegen der Schwerpunktsanhebung des Gesamtsystems durch die zonalgemittelte Vertikalbewegung. Abweichungen von der eben beschriebenen Grundstruktur des Feldes c_Z sind hauptsächlich vorhanden im 400 mb - Niveau bei 55 N und in der unteren Troposphäre bei 75 N. Diese Zentren sind durch schwache zonalgemittelte Absinkbewegungen bedingt.

Die Skizze der zonalgemittelten Meridionalzirkulation (Abb. 36, S.90) zeigt eine dominierende Ferrelzelle. Eine solche indirekte (nicht thermisch bedingte) Zelle setzt zonale kinetische in zonale verfügbare potentielle Energie um, so daß das Überwiegen positiver Werte von c_Z (Abb.51) leicht verständlich ist. Sogar die Doppelstruktur des Aufstiegsbereiches dieser Zelle spiegelt sich im Bilde des c_Z - Feldes wieder. Die in Abb. 36 angedeutete direkt getriebene Hadleyzelle südlich von 40 N erzeugt dagegen zonale kinetische Energie aus zonaler verfügbarer potentieller Energie. Die entsprechenden negativen c_Z - Werte können durch die Abb. 51 nicht wiedergegeben werden, da diese sich nicht bis in äquatoriale Breiten erstreckt. Dort nämlich wird Luft mit sehr stark positiven $\bar{T}''$ - Werten vertikal nach oben verfrachtet, so daß sich starke negative Korrelationen $\bar{w} \bar{T}''$ ergeben. Die so entstehenden negativen Zentren von c_Z in äquatorialen Breiten müssen die positiven Zentren bei 35 N (im absteigenden Ast der gleichen Hadleyzelle) bei weitem übertreffen, denn hier sind die $\bar{T}''$ - Werte nur noch schwach po-

sitiv. Es ist zu beachten, daß der Bereich absinkender Luftbewegungen zwischen 35 und 40 N gleichzeitig der südliche Ast der indirekten nördlichen und der nördliche Ast der direkten südlichen Zelle ist. Nur in der Summe muß sich die nördliche Zelle in positiven und die südliche Zelle in negativen c_Z - Werten äußern.

Die Abbildungen 49 und 50 zeigen Zonalmittelwerte der Energieumwandlungen $\bar{c}$ und $\bar{c}_E$. Die geringen Abweichungen von der Beziehung $\bar{c} = \bar{c}_E + c_Z$ sind darauf zurückzuführen, daß bei der Rechnung die exakten Zonalmittelwerte durch Flächenmittelwerte in Kreisringen ersetzt wurden (vergl. Kap. 4.2).

Das $\bar{c}_E$ - Feld ist durchweg negativ, was im Einklang mit der Erfahrungstatsache steht, daß die Umwandlungen von verfügbarer potentieller Energie in kinetische Energie hauptsächlich von den Zyklonen, also vom großturbulenten Scale bewerkstelligt wird. Diese Energieumwandlungen konzentrieren sich auf zwei Zentren in der mittleren Troposphäre; das nördliche bei 65 N ist mit $-16 \cdot 10^{-3} \text{ W m}^{-2} \text{ mb}^{-1}$ etwas schwächer als das südliche bei 45 N mit $-24 \cdot 10^{-3} \text{ W m}^{-2} \text{ mb}^{-1}$.

Das $\bar{c}$ - Feld zeigt nördlich von 61 N fast nur positive Werte und südlich davon fast nur negative. Das südliche Zentrum bei 45 N ist in Form und Stärke nahezu identisch mit dem südlichen Zentrum von $\bar{c}_E$. Das ist leicht zu verstehen, da Vertikalbewegungen in dieser Breite keinen Beitrag zu c_Z liefern können, denn $\bar{T}$ ist hier nur unbedeutend. Sogar in den horizontalen Feldern ist in dieser Breite eine weitgehende Ähnlichkeit zwischen Abb. 47 und 48 festgestellt worden. Das nördliche positive Zentrum von $\bar{c}$ bei 69 N ist die Summe des noch stärkeren positiven c_Z - Zentrums in dieser Breite mit dem schwächeren negativen Zentrum von $\bar{c}_E$. Da die nördlichen Zentren von $\bar{c}$ und $\bar{c}_E$ um etwa 4 Grad meridional versetzt sind, zeigt das entsprechende Zentrum von c_Z eine Doppelstruktur mit Spitzenwerten bei 65 und 69 N.

Vergleicht man die Ergebnisse der Energieumwandlungen in dieser Arbeit mit denen von SPETH (1969), so stellt man fest, daß die Absolutwerte der wichtigsten Zentren der Horizontaldarstellungen die gleiche Größenordnung

haben (zur Umrechnung: $1 \text{ W m}^{-2} = 1 \text{ Joule s}^{-1} \text{ m}^{-2} = 8,64 \text{ Joules Tag}^{-1} \text{ cm}^{-2}$). Die Spitzenwerte in den Meridionalschnitten bei SPETH (1969) übertreffen jedoch diejenigen der vorliegenden Arbeit um das drei- bis vierfache. Das liegt daran, daß bei Mittelungen auf vollen Breitenkreisen selbstverständlich mehr geglättet wird, als wenn man die zonalen Mittelwerte auf den Bereich zwischen 60 W und 30 E beschränkt. In LANGE (1975) sind in Bild 11 die entsprechenden Zonalmittelwerte von $\bar{\omega}$ miteinander verglichen worden. Auf der Breitenskala schwankt der Wert von $\bar{\omega}$ zwischen $-0,4$ und $+0,3 \text{ mb s}^{-1}$, wenn man den vollen Zonalmittelwert bildet, jedoch zwischen $-0,8$ und $+0,8 \text{ mb s}^{-1}$ bei Zonalmittelung zwischen 60 W und 30 E.

5.25 Die Energietransfers (t_A , t_K)

Das Konzept der großturbulenten Aufspaltung der energetischen Größen ist von LORENZ (1955) aus der Überlegung heraus entwickelt worden, daß nicht nur das Strahlungsdefizit in hohen Breiten und der Strahlungsüberschuß in südlichen Breiten zum Aufbau eines Vorrates von verfügbarer potentieller Energie führt. Die aufgrund ganz anderer Prozesse zustandekommenden Temperaturunterschiede auf dem gleichen Breitenkreis führen ja ebenfalls zu einem solchen Vorrat.

Da die vorliegende Untersuchung auf einem adiabatischen Modell der Atmosphäre basiert (die Strahlung ist im Modell nicht enthalten), sind die Haushaltsterme g_Z und g_E (Gl. 46, S.25) nicht auszuwerten. Zahlreiche klimatologische Untersuchungen bestätigen jedoch, daß der Term G_Z dem Term G_E um mindestens eine Größenordnung übertrifft. Vom Term G_E ist noch nicht einmal das Vorzeichen geklärt. Zwar könnte latente Wärme im Mittel überwiegend in Gebieten mit $T' > 0$ (warme Wirbel) freigesetzt werden, so daß sich eine positive Korrelation $\overline{T'Q'}$ und damit ein diabatischer Aufbau von großturbulenter verfügbarer potentieller Energie ergäbe, jedoch ist aufgrund der übrigen Erwärmungs- und Abkühlungsprozesse die Korrelation $\overline{T'Q'}$ eher negativ, da sich die nach Norden vorstoßenden Warmluftmassen abkühlen und die Kaltluftzungen im Süden erwärmen.

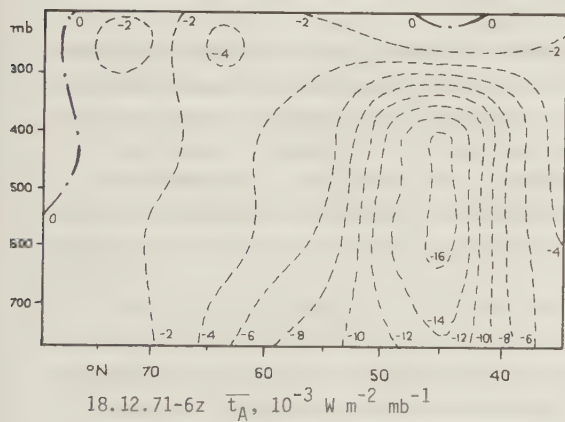
Im vorigen Kapitel wurde gezeigt, daß die Umwandlung von verfügbarer potentieller Energie in kinetische Energie überwiegend im großturbulenten Scale geschieht. Andererseits zeigt die soeben geführte Diskussion und die zahlreichen klimatologischen Untersuchungen zur Lorenz-Energetik, daß der diabatische Aufbau von verfügbarer potentieller Energie hauptsächlich im zonalen Scale vor sich geht. Die Kette der Energieumsetzungen kann also nur geschlossen werden, wenn es einen Energietransfer von A_Z nach A_E gibt. In Gl. 44 (S.25) sind die lokalen Beiträge t_A nun gerade so definiert, daß ein positives Vorzeichen einen Gewinn von a_Z auf Kosten von a_E bedeutet. Abb. 52 und 53 zeigen das Vertikalintegral und den Zonalmittelwert von t_A . Wie erwartet, ist $\overline{t_A}$ fast überall negativ mit maximalen Werten in der mittleren Troposphäre. Dort hat auch die verfügbare potentielle Energie selbst ihren größten Wert.

Beide Summanden von (44) enthalten ein Produkt von Schwankungen gegenüber den Zonalmittelwerten, welches einen großturbulenten meridionalen bzw. vertikalen Wärmetransport darstellt. Als Faktor enthält der erste Summand im wesentlichen den zonal gemittelten meridionalen Temperaturgradienten und der zweite Summand die Differenz zwischen dem zonal gemittelten vertikalen und dem individuellen Temperaturgradienten. Beide Summanden wurden auch einzeln berechnet. Die Ergebnisse (s.u., Abb.69, S.143) zeigen, daß der "Horizontalterm", also der erste Summand von (44) den "Vertikalterm" um eine Größenordnung übertrifft. Das stimmt auch überein mit der Erfahrung (z.B. v. MIEGHEM (1973)). Da der im "Horizontalterm" enthaltene meridionale Gradient $\partial \overline{T} / \partial y$ stets negativ ist, erklären sich die negativen Werte von $\overline{t_A}$ (Abb.53) durch eine positive Korrelation $\overline{T'v_y'}$. Im zonalen Mittel ist also das Produkt $\overline{T'v_y'}$ positiv, d.h. der großturbulente Transport verfrachtet überwiegend relativ warme Luft nach Norden und relativ kalte Luft nach Süden. Diese letztlich durch barokline Instabilität bedingte Großraumturbulenz sorgt für den durch symmetrische (nicht turbulente) Zirkulation nicht zu bewerkstellenden meridionalen Wärmeausgleich. Im Bilde des Lorenzschen Energiezyklus schließt dieser Mechanismus die Kette zwischen der im zonalen Scale diabatisch entstehenden verfügbaren potentiellen Energie und der im großturbulenten Scale erfolgenden Umwandlung in kinetische Energie.



18.12.71-6z t_A , 10 W m^{-2} (Vert. Integr.)

Abb.52 Vertikal-
integral
der lokalen Bei-
träge t_A zum
Transfer von
großturbulenter
in zonale ver-
fügbare potenti-
elle Energie



18.12.71-6z $\bar{t}_A$, $10^{-3} \text{ W m}^{-2} \text{ mb}^{-1}$

Abb.53 Vertikalschnitt
der zonalgemit-
telten Beiträge $\bar{t}_A$ zum
Transfer von großturbu-
lenter in zonale ver-
fügbare potentielle
Energie

Die Darstellung der vertikal integrierten lokalen Beiträge t_A (Abb. 52) zeigt, daß trotz $\overline{t_A} < 0$ an einigen Stellen großturbulente in zonale verfügbare potentielle Energie umgewandelt wird, d.h. $t_A > 0$. Das geschieht durch Verstärkung des meridionalen Temperatargegensatzes infolge eines vertikal gemittelten Kaltluftvorstoßes nach Norden auf der Ostflanke des asiatischen Kältegebietes (40° E) sowie durch turbulente Warmlufttransporte nach Süden bei 30° E und 140° W. Wie das hier nicht dargestellte dreidimensionale Feld von t_A zeigt, sind in der unteren Troposphäre kaum positive Werte von t_A vorhanden. Hier wirkt sich also die Temperaturasymmetrie der Zyklonen mit ihren warmen Vorderseiten und kalten Rückseiten voll aus. Die positiven Zentren gewinnen erst im 600 mb - und vor allem im 400 mb - Niveau an Bedeutung. Dieser Gesichtspunkt ist zu berücksichtigen, wenn man Abb. 52 anhand der Schwankungen T' und v_y' im 400 mb - Niveau (Abb. 32b und 34b, S. 84 und 86) überprüft.

Beim Vergleich der Transfergrößen t_A in dieser Arbeit und in der Untersuchung von SPETH (1969) stellt man fest, daß die Größenordnungen in den Horizontalarstellungen übereinstimmen, daß jedoch in der Meridional-ebene für die Hamburger Sturmflutwetterlage etwa dreimal so große Werte für $\overline{t_A}$ erscheinen wie in der vorliegenden Arbeit. Es sind also die gleichen Verhältnisse gegeben wie bei den Energieumwandlungen, und sie haben auch die gleiche Ursache wie dort.

Der Transferterm $\overline{t_K}$ der kinetischen Energie setzt sich nach Gl.43, S.25 in ähnlicher Weise wie der Transferterm t_A aus einem "Horizontalterm" und aus einem "Vertikalterm" zusammen. Auch hier sind die Einzelanteile getrennt berechnet worden mit dem Ergebnis (s.u., Abb.72, S.144), daß der "Horizontalanteil" weitaus überwiegt (vergl. auch v. MIEGHEM (1973)). Die physikalische Bedeutung dieses Termes erkennt man sofort durch die Umformung ($\partial/\partial y \equiv \partial/(\partial\phi)$):

$$(109) \quad v_x' v_y' \left(\frac{\partial \overline{v_x}}{\partial y} + \frac{\tan\phi}{r} \overline{v_x} \right) = (r \cos\phi \ v_x') \ v_y' \ \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\overline{v_x}}{r \cos\phi} \right)$$

d.h. es handelt sich um den großturbulenten meridionalen Transport (Transportgeschwindigkeit v_y') von spezifischem zonalem turbulenten Drehimpuls $r \cos\phi \ v_x'$ in Verbindung mit der zonalgemittelten zonalen Winkelgeschwindigkeit $\overline{v_x}/(r \cos\phi)$. Dies ist ein barotroper Prozeß.

Im Allgemeinen ist in der Atmosphäre die Korrelation $\overline{v_x'v_y'}$ positiv, da die Trogachsen meist von Nordost nach Südwest geneigt sind und da die Winde an der Trogvorderseite meist stärker sind als an der Rückseite. Die Anschauung liefert aus dieser Geometrie der Tröge nur $\overline{v_x'v_y'} > 0$. Es gilt jedoch $\overline{v_x'v_y'} = \overline{v_x'v_y} + \overline{v_x''v_y''}$, und der Impulstransport $\overline{v_x'v_y'}$ durch die mittlere Zirkulation ist wegen $\overline{v_y} \ll v_y$ nur klein. Die Größe $\overline{v_x'v_y'}$ läßt sich anhand Abb. 34c und 35c (S. 86 und 87) unmittelbar bilden, und man erkennt, daß überwiegend sogar $\overline{v_x'v_y'} < 0$ ist. Damit ist der eben beschriebene Drehimpulstransport nach Norden gerichtet, wie es ja aus Bilanzgründen auch erforderlich ist. Im Bilde des Lorenzschen Energiezyklus spielt also der polwärts gerichtete großturbulente Drehimpulstransport für den Transferterm t_K eine ähnliche Rolle wie der polwärts gerichtete großturbulente Wärmetransport für den Transferterm t_A . Es ist auch anschaulich, daß sich die "Zonalität" der Strömung verstärkt ($t_K > 0$, $k_E \rightarrow k_Z$), wenn der Drehimpulstransport $(r \cos \phi v_x')v_y'$ in Richtung des Gradienten der zonalgemittelten Größe $\overline{v_x}/(r \cos \phi)$ erfolgt.

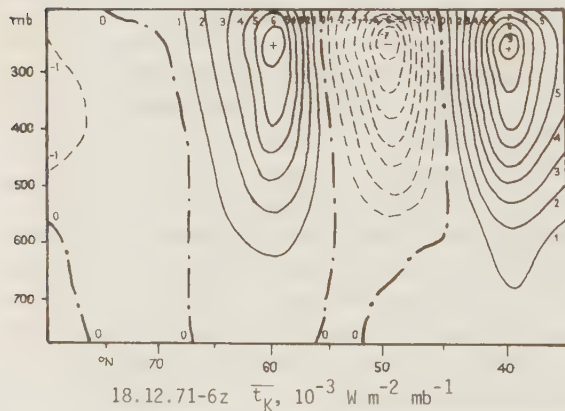
Der "Vertikalterm" von Gleichung (43) (S.25) enthält neben dem großturbulenten Vertikaltransport $\omega'v_x'$ von Zonalimpuls v_x' das Baroklinitätsmaß $\partial \overline{v_x}/\partial p$ für den zirkumpolaren Wirbel $\overline{v_x}$. Insgesamt sind also ein barotroper und ein barokliner Prozeß am Transfer zwischen zonaler und großturbulenter kinetischer Energie beteiligt, jedoch ist im Allgemeinen der barotrope Anteil wesentlich bedeutender. In den Abbildungen 54 und 55 und in allen entsprechenden filteranalytischen Abbildungen sind beide Terme berücksichtigt.

Abb. 55 zeigt, daß der Transfer $\overline{t_K}$ ($k_E \rightarrow k_Z$) hauptsächlich in der oberen Troposphäre und in der Tropopause erfolgt, also in den Höhen, in denen auch die kinetische Energie ihr Maximum hat. In meridionaler Richtung zeigt das $\overline{t_K}$ - Feld drei nebeneinanderliegende Hauptzentren, deren Absolutbeträge etwa gleich stark sind. Das mittlere bei 50 N ist negativ; die beiden benachbarten positiven Zentren bei 60 N und bei 40 N bedingen, daß im Mittel über die ganze Atmosphäre ein positiver Transfer T_K ($K_E \rightarrow K_Z$) von großturbulenter nach zonaler kinetischer Energie stattfindet. Wären die großturbulenten Abweichungen von den



18.12.71-6z $t_K, 10 \text{ W m}^{-2}$ (Vert. Integr.)

Abb.54 Vertikal-
integral
der lokalen Bei-
träge t_K zum
Transfer von
großturbulenter
in zonale kine-
tische Energie



18.12.71-6z $\bar{t}_K, 10^{-3} \text{ W m}^{-2} \text{ mb}^{-1}$

Abb.55 Vertikalschnitt
der zonalgemit-
telten Beiträge $\bar{t}_K$ zum
Transfer von großturbu-
lenter in zonale kine-
tische Energie

Zonalmittelwerten wie die kleinturbulenten Wirbel der hydrodynamischen Turbulenztheorien stochastische Schwankungen, so müßte man den Effekt $T_K > 0$ als den einer negativen Viskosität deuten (STARR (1966)).

Da der Horizontalanteil von Gl.(43) überwiegt, läßt sich schon aus der Darstellung von $\overline{v_x}$ (Abb. 34c, S. 86) eine befriedigende Interpretation des Feldes $\overline{t_K}$ (Abb. 55) gewinnen, denn da $\overline{v_x v_y} > 0$ ist, entscheidet das Vorzeichen des meridionalen Gradienten $\partial \overline{v_x} / \partial y$ über das Vorzeichen von $\overline{t_K}$. Nördlich jedes $\overline{v_x}$ - Maximums müßte daher $\overline{t_K} < 0$ gelten und südlich davon $\overline{t_K} > 0$. Diese Verhältnisse gibt Abb. 55 auch wieder, allerdings ist das negative $\overline{t_K}$ - Zentrum nördlich des nördlichen $\overline{v_x}$ - Maximums sehr schwach und etwas nach Norden verschoben.

Abb. 54 zeigt die vertikal integrierten lokalen Beiträge t_K . Sämtliche Zentren, deren Absolutbeträge einen größeren Energietransfer als 20 W m^{-2} anzeigen, liegen südlich von 45 N. In diesen Breiten ist nach Abb. 34c überall $\partial \overline{v_x} / \partial y > 0$, so daß sich hier die Feldstrukturen von Abb. 54 im wesentlichen durch das Produkt aus den Feldern $\overline{v_x}$ (Abb. 34b) und $\overline{v_y}$ (Abb. 35b) erklären. Nördlich von 45 N sind nur noch schwache Zentren von vertikal integrierten t_K - Beiträgen zu verzeichnen.

Jedes Breitenkreismittel in Abb. 54 muß das gleiche Ergebnis haben, wie ein Vertikalmittel in Abb. 55 an der entsprechenden Breite. Vergleicht man beide Abbildungen unter diesem Aspekt, so bestätigt sich erneut die Erkenntnis, daß im zonalen Mittel die Breiten hoher Aktivität von denen schwacher Aktivität kaum unterschieden werden können. Die positiven Zentren von $\overline{t_K}$ bei 60 N und 40 N sind nämlich gleich stark, obwohl die Horizontalverteilung bei 40 N viel stärkere Aktivität ausweist als bei 60 N.

5.3 Die filteranalytischen energetischen Felder

5.31 Die filteranalytische Aufspaltung der Schwankungsfelder

Die in Kap. 5.21 beschriebene großturbulente Aufspaltung der vier in die energetischen Diagnosen eingehenden Größen T , ω , v_x und v_y hat den Nachteil, daß groß- und kleinskalige Abweichungen von den Zonalmittelwerten ohne Unterschied in die Berechnung der großturbulenten Anteile des Lorenzschen Energiezyklus eingehen. Man kommt in spektraler Hinsicht zu genaueren Aussagen, wenn man die Schwankungsfelder T' , ω' , v'_x und v'_y vor ihrer Verwendung zur Diagnose der Terme a_E , k_E , c_E , t_A und t_K numerisch filtert.

Die Abbildungen 56-59 zeigen noch einmal die Felder T' , ω' , v'_x , v'_y im 400 mb - Niveau sowie ihre filteranalytische Aufspaltung in die vier Spektralbänder I, II, III, IV. Diese wurden durch die drei Grenzwellenlängen 2600 km, 5000 km, 7500 km definiert. Auf S. 65 sind die hierzu verwendeten numerischen Filter beschrieben worden.

Gemäß Abb. 56 sind bemerkungswerte Temperaturschwankungen T' in allen vier Spektralbereichen vertreten, überwiegend jedoch in den mittleren und langen Wellen. Die Wellen mit $\lambda > 7500$ km enthalten das stärkste Zentrum, und zwar im asiatischen Kältegebiet im Quadranten 90-180 E. (Zu beachten ist der unterschiedliche Abstand der Isolinien in den Zebraanalysen).

Ganz anders liegen die Verhältnisse bei den Schwankungen ω' der Vertikalgeschwindigkeiten, die ja gemäß Abb. 33 (S. 85) nahezu identisch mit den Vertikalgeschwindigkeiten ω selbst sind. Abb. 57 zeigt, daß ω' kaum noch Strukturen mit $\lambda > 7500$ km enthält. Auch in den Bereichen mit $\lambda > 2600$ km sind die Zentren ω' relativ schwach, verglichen mit den Zentren im kurzwelligen Bereich $\lambda < 2600$ km. Es bestätigt sich also die bekannte Tatsache, daß die Vertikalgeschwindigkeit ein wesentlich kleinräumigeres Phänomen darstellt als das Feld der Temperaturschwankungen.

Abb.56 18.12.71-6z. Zur filter-
analytischen Aufspaltung
der Schwankung T' der Temperatur
im 400 mb-Niveau. (Erläuterungen
zur Zebraanalyse S.60)

- a: ungefiltert, $Ab = 1\text{ K}$
b: Spektralband I, $Ab = 1\text{ K}$
c: Spektralband II, $Ab = 0,5\text{ K}$
d: Spektralband III, $Ab = 0,5\text{ K}$
e: Spektralband IV, $Ab = 1\text{ K}$

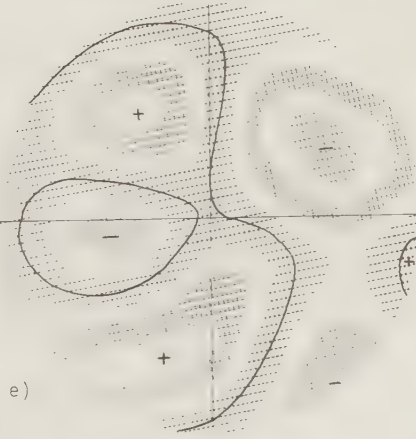
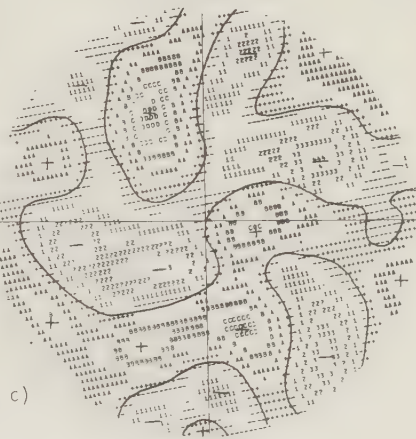


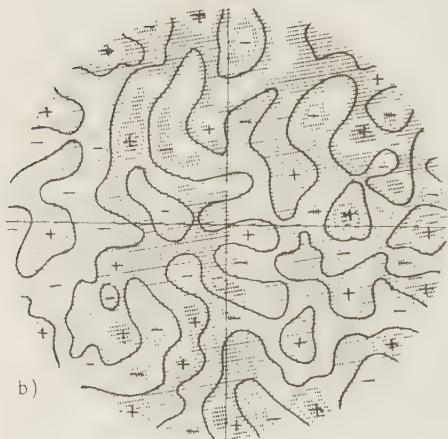
Abb. 57 18.12.71-6z. Zur filter-analytischen Aufspaltung der Schwankung ω der Vertikalgeschwindigkeit im 400 mb-Niveau.

(Erläuterungen zur Zebraanalyse S.60)

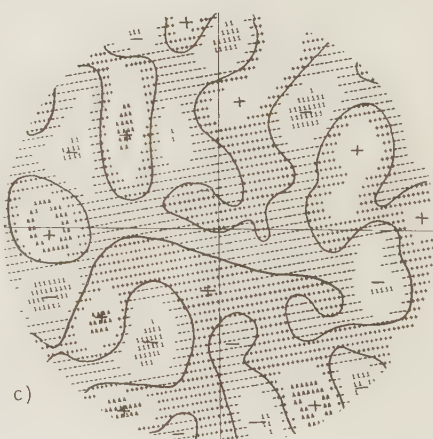
- a: ungefiltert, $Ab = 5 \cdot 10^{-4}$ mb/s
 b: Spektralband I, $Ab = 5 \cdot 10^{-4}$ mb/s
 c: Spektralband II, $Ab = 5 \cdot 10^{-4}$ mb/s
 d: Spektralband III, $Ab = 2,5 \cdot 10^{-4}$ mb/s
 e: Spektralband IV, $Ab = 2,5 \cdot 10^{-4}$ mb/s



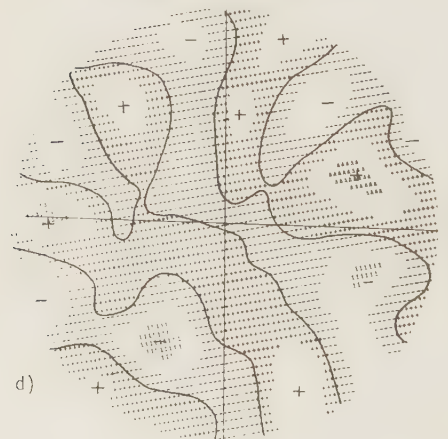
a)



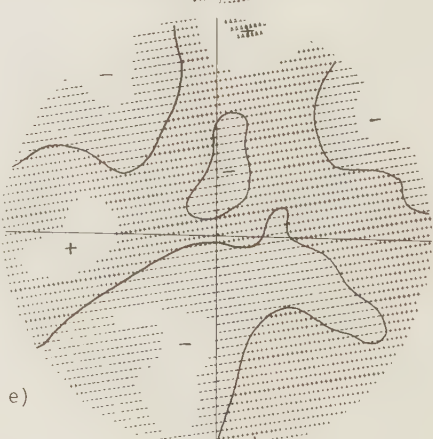
b)



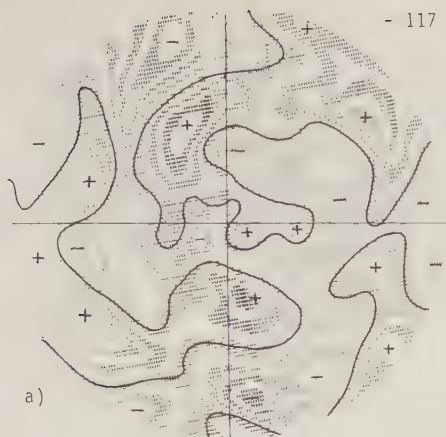
c)



d)



e)

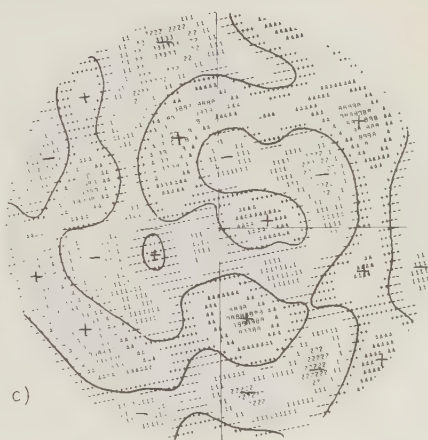


a)

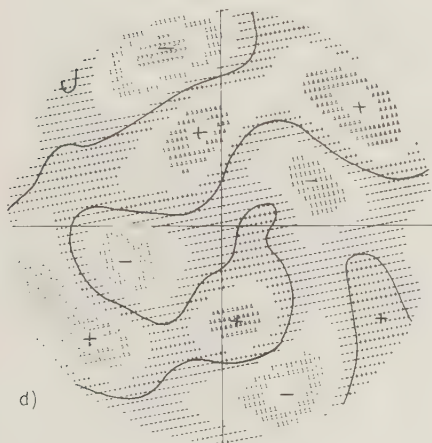
Abb.58 18.12.71-6z. Zur filter-
analytischen Aufspaltung
der Schwankung v_x der Zonalkom-
ponente des Windes im 400 mb-Niveau.
(Erläuterungen zur Zebraanalyse S.60)
a: ungefiltert, Ab = 5 m/s
b: Spektralband I, Ab = 2,5 m/s
c: Spektralband II, Ab = 2,5 m/s
d: Spektralband III, Ab = 2,5 m/s
e: Spektralband IV, Ab = 2,5 m/s



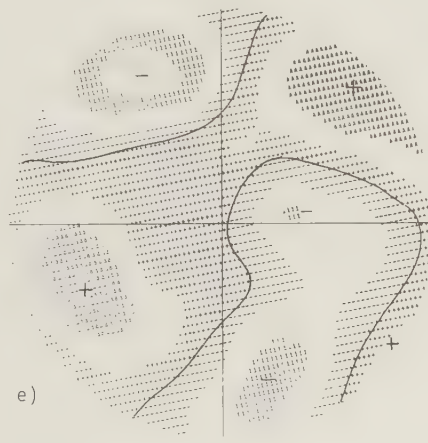
b)



c)



d)



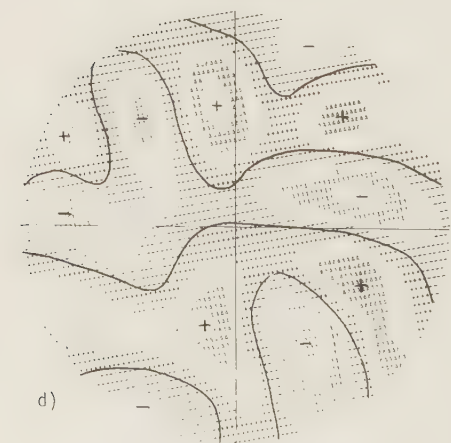
e)



a)



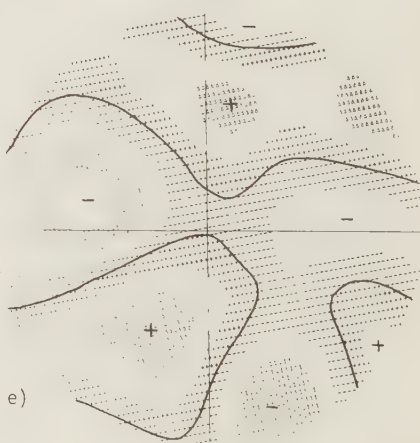
b)



d)



c)



e)

Abb.59 18.12.71-6z. Zur filter-analytischen Aufspaltung der Schwankung v_y der Meridionalkomponenten des Windes im 400 mb-Niveau. (Erläuterungen zur Zebraanalyse S.60)

a: ungefiltert, Ab = 5 m/s
b: Spektralband I, Ab = 2,5 m/s
c: Spektralband II, Ab = 2,5 m/s
d: Spektralband III, Ab = 2,5 m/s
e: Spektralband IV, Ab = 2,5 m/s

Die Felder der Schwankungen $\bar{v}_x$ und $\bar{v}_y$ der Horizontalwindkomponenten (Abb. 58 und 59) nehmen in Hinsicht auf den Scale eine Mittelstellung zwischen den Feldern von $\bar{T}$ und $\bar{\omega}$ ein. Hier sind sehr prägnante Zentren im Spektralband II zu finden, die in ihrer Struktur weitgehend den ungefilterten Feldern entsprechen.

5.32 Allgemeine Diskussion der filteranalytischen Energiereservoirs (a_E , k_E)

Die Darstellungen der gefilterten Schwankungsfelder (Abb. 56-59) sind in diese Arbeit auch deshalb eingefügt worden, weil sie zur qualitativen Überprüfung der folgenden Horizontalarstellungen der filteranalytischen energetischen Felder dienen können. Indem man die filteranalytischen energetischen Felder mit den "Zwischenfeldern" von Kap. 5.31 vergleicht und diese wiederum mit den Grundfeldern von Kap. 5.1, kann man die energetischen Felder auf die synoptische Situation zurückführen. Hierbei werden also die Abbildungen 56-59 als "Bindeglieder" benutzt. Natürlich erlauben die Darstellungen des Kap. 5.31 nur in dem Maße eine Interpretation der vertikal integrierten Horizontalarstellungen energetischer Größen, in dem die Verhältnisse im 400 mb - Niveau für die ganze Troposphäre repräsentativ sind. In den Meridionalschnitten der filteranalytischen energetischen Felder können die Felder des Kap. 5.31 kaum noch als Interpretationshilfe dienen. Daher sollen diese etwas ausführlicher diskutiert werden.

Die Abbildungen 60 bzw. 62 zeigen, in welcher Weise sich die im vorigen Kapitel beschriebene filteranalytische Aufspaltung der großturbulenten Grundfelder in die vier Spektralbereiche I - IV auf die lokalen Beiträge zur verfügbaren potentiellen bzw. zur kinetischen Energie auswirken. Im Falle dieser Energiereservoirs ist die soeben angedeutete Rückverfolgung der Feldstrukturen über die gefilterten Schwankungsfelder des Kap. 5.31 besonders einfach vorzunehmen, da es sich hier im wesentlichen nur um ihre Quadrate $\bar{T}^2$ bzw. $\bar{v}_x^2 + \bar{v}_y^2$ handelt. Bei den Energieumsetzungen c_E , t_A , t_K treten an ihre Stelle die gemischten Produkte $\bar{\omega}\bar{T}$; $\bar{T}\bar{v}_y$, $\bar{T}\bar{\omega}$; $\bar{v}_x\bar{v}_y$, $\bar{v}_x\bar{\omega}$.

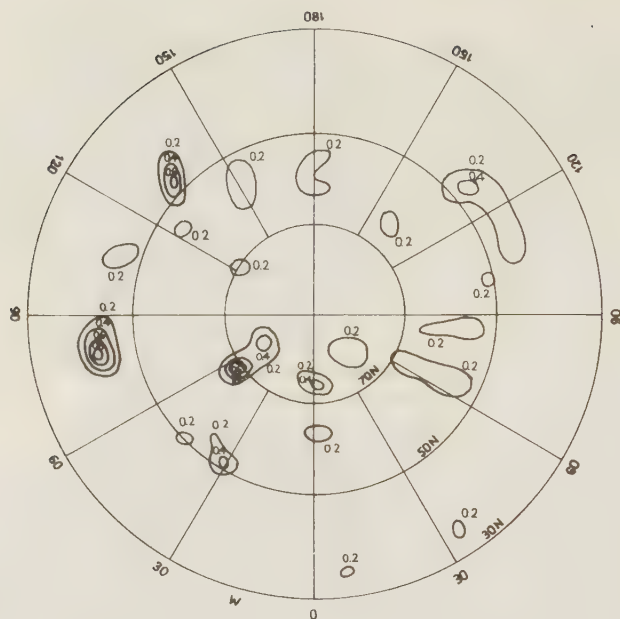


Abb.60a
Wie Abb.38, S.91
Spektralband I
($\lambda < 2600\text{km}$)

18.12.71-6z, a_E , Hochpaß 1-2; 10^6 J m^{-2} (Vert.Integr.)



Abb.60b
Wie Abb.38, S.91
Spektralband II
($2600\text{km} < \lambda < 5000\text{km}$)

18.12.71-6z, a_E , Bandpaß 1/4-2; 10^6 J m^{-2} (Vert.Integr.)



Abb.60c
Wie Abb.38, S.91
Spektralband III
(5000km < λ < 7500km)

18.12.71-6z, a_E , Bandpaß 4-2/3; 10^6 J m^{-2} (Vert.Integr.)

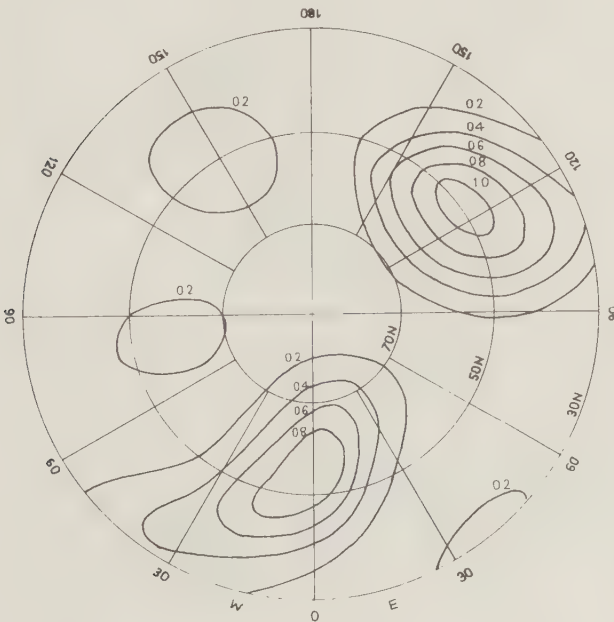


Abb.60d
Wie Abb.38, S.91
Spektralband IV
($\lambda > 7500\text{km}$)

18.12.71-6z, a_E , Tiefpaß 4-3; 10^6 J m^{-2} (Vert.Integr.)

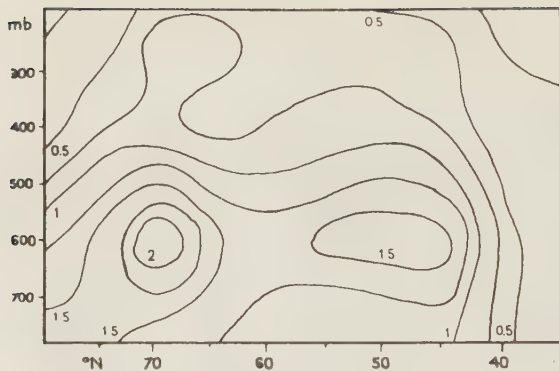


Abb.61a
Wie Abb.40, Seite 92
Spektralband I
($\lambda < 2600 \text{ km}$)

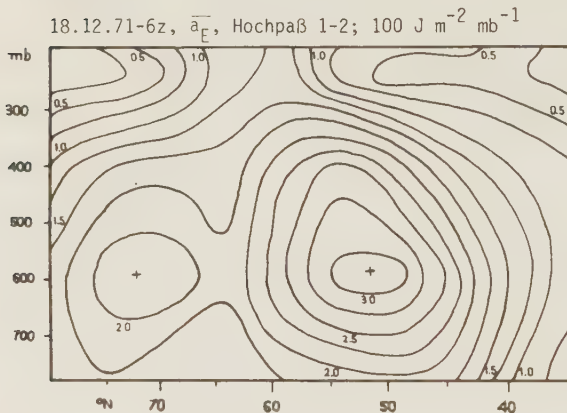


Abb.61b
Wie Abb.40, Seite 92
Spektralband II
($2600 \text{ km} < \lambda < 5000 \text{ km}$)

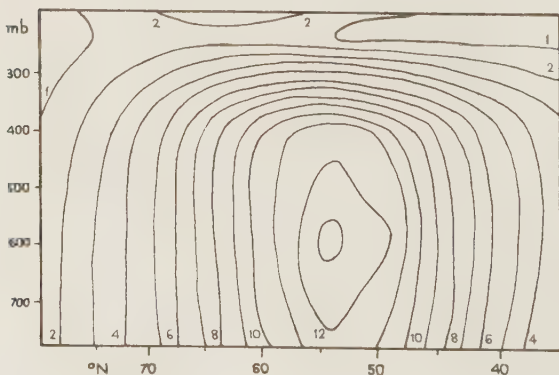


Abb.61c
Wie Abb.40, Seite 92
Spektralband III+IV
($\lambda > 5000 \text{ km}$)

18.12.71-6z, $\bar{a}_E$, Tiefpaß 4-2; $100 \text{ J m}^{-2} \text{ mb}^{-1}$



Abb.62a
Wie Abb.43, S.97
Spektralband I
($\lambda < 2600 \text{ km}$)

18.12.71-6z, k_E , Hochpaß 1-2; 10^6 J m^{-2} (Vert.Integr.)



Abb.62b
Wie Abb.43, S.97
Spektralband II
($2600 \text{ km} < \lambda < 5000 \text{ km}$)

18.12.71-6z, k_E , Bandpaß 1/4-2; 10^6 J m^{-2} (Vert.Integr.)

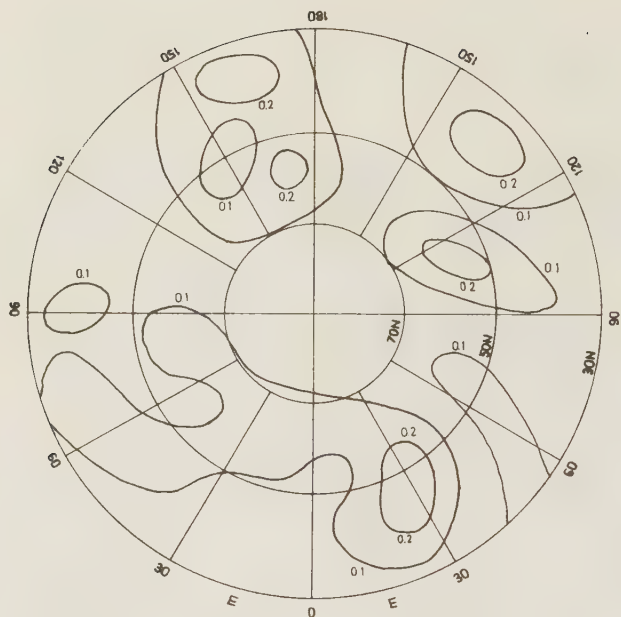


Abb.62c
Wie Abb.43, S.97
Spektralband III
(5000km < λ < 7500km)

18.12.71-6z, k_E , Bandpaß 4-2/3; 10^6 J m^{-2} (Vert.Integr.)

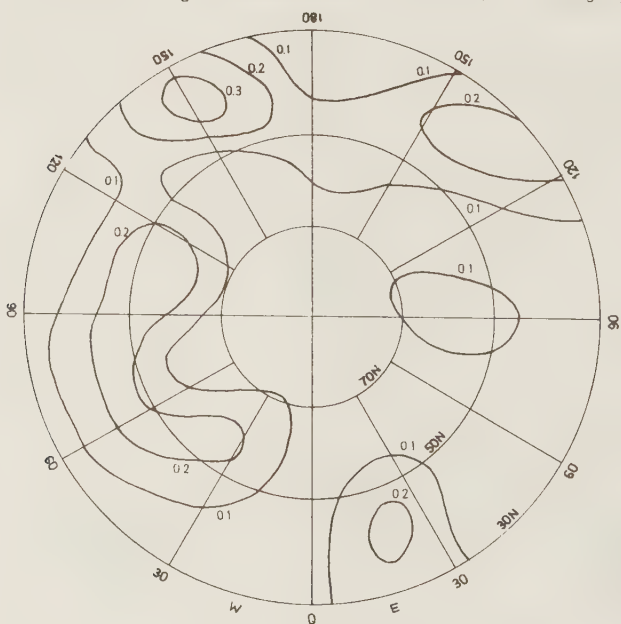


Abb.62d
Wie Abb.43, S.97
Spektralband IV
(λ > 7500km)

18.12.71-6z, k_E , Tiefpaß 4-3; 10^6 J m^{-2} (Vert.Integr.)

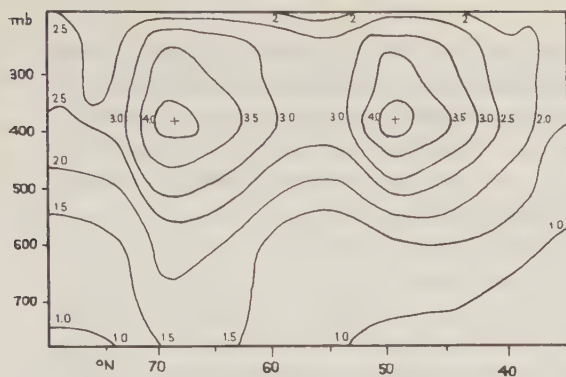


Abb.63a
Wie Abb.45, Seite 98
Spektralband I
($\lambda < 2600 \text{ km}$)

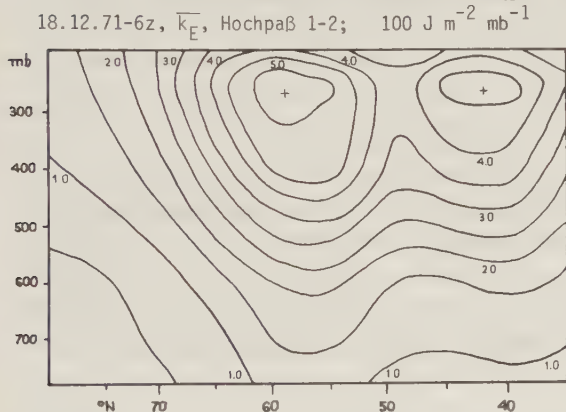


Abb.63b
Wie Abb.45, Seite 98
Spektralband II
($2600 \text{ km} < \lambda < 5000 \text{ km}$)

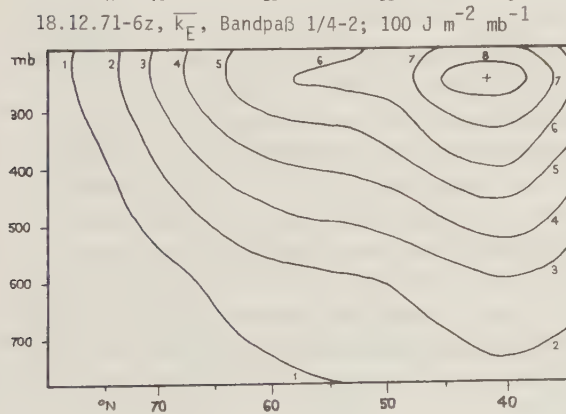


Abb.63c
Wie Abb.45, Seite 98
Spektralband III+IV
($\lambda > 5000 \text{ km}$)

18.12.71-6z, $\overline{k_E}$, Hochpaß 1-2; $100 \text{ J m}^{-2} \text{ mb}^{-1}$

18.12.71-6z, $\overline{k_E}$, Bandpaß 1/4-2; $100 \text{ J m}^{-2} \text{ mb}^{-1}$

18.12.71-6z, $\overline{k_E}$, Tiefpaß 4-2; $100 \text{ J m}^{-2} \text{ mb}^{-1}$

Die Tatsache, daß sich sowohl die Energiereservoirs als auch die Energieumsetzungen quadratisch aus den Schwankungsfeldern bestimmen, hat eine wichtige Folge für die feldmäßige Darstellung der filteranalytischen energetischen Größen. Es seien X^- und Y^- zwei beliebige der Schwankungsgrößen T^- , ω^- , v_x^- , v_y^- . Durch die Filteranalyse gelang die Aufspaltung entsprechend Kap. 5.31:

$$\begin{aligned} X^- &= X^I + X^{II} + X^{III} + X^{IV} \\ Y^- &= Y^I + Y^{II} + Y^{III} + Y^{IV} \end{aligned}$$

An die Stelle der großturbulenten energetischen Größen $\alpha X^- Y^-$ (α = Proportionalitätsfaktor) treten nun die entsprechenden Größen im jeweiligen Spektralbereich αX^{IY^I} , $\alpha X^{IIY^{II}}$ usw.. Diese Aufspaltung ist jedoch nicht additiv, wie die Abbildungen 60-64 im Vergleich mit den entsprechenden Abbildungen 38, 43, 48, 52 und 54 zeigen. Es ist ja auch

$$X^- Y^- \neq X^{IY^I} + X^{IIY^{II}} + X^{IIIIY^{IIII}} + X^{IVY^{IV}} ,$$

da noch gemischte Glieder $X^{IY^{II}}$ usw. auftreten. Es handelt sich exakt um das gleiche Problem, das schon bei den Felddarstellungen der großturbulenten energetischen Größen auftrat, denn dort war zwar ebenfalls $X = \bar{X} + X^-$, $Y = \bar{Y} + Y^-$, jedoch $XY \neq \bar{X}\bar{Y} + X^- Y^-$. Neu ist in diesem Kapitel nur, daß der großturbulente Anteil $\alpha X^- Y^-$ die oben beschriebene weitere (spektrale) Aufspaltung erfährt. Sie ist ebensowenig additiv wie die großturbulente Aufspaltung.

Die Additivität der großturbulenten Aufspaltung ist wieder hergestellt, wenn die energetischen Größen selbst zonal gemittelt werden. Auf analoge Weise ließe sich bei der spektralen Aufspaltung Additivität in den filteranalytischen Größen herstellen, wenn diese wiederum als Ganzes entsprechend gefiltert werden, denn dann verschwinden die gemischten Glieder. Zum Beispiel verschwinden die Produkte $X^{IY^{II}}$, $X^{IY^{III}}$ und $X^{IY^{IV}}$, wenn man sie als Ganzes mit dem Tiefpaß filtert, der den Spektralbereich I eliminiert und II - IV nicht verändert. (Allerdings müßten die verwendeten Filter ideal sein im Sinne eines stufenförmigen Verlaufs der Frequenzcharakteristik). Die gemischten Produkte $X^{IIY^{III}}$ und $X^{IIY^{IV}}$ verschwinden, wenn man auf den Energieterm $\alpha X^- Y^-$ als Ganzes den stärker-

ren Tiefpaß anwendet, der die Spektralbereiche I und II eliminiert usw. Auf diese Weise wird man auf eine Kaskade sukzessiver Tiefpaßfilterungen geführt. Die erwünschte detaillierte Darstellung der räumlichen Strukturen der energetischen Größen ginge dabei jedoch verloren.

Natürlich ist die sukzessive Tiefpaßfilterung zu empfehlen, wenn man gar nicht an detaillierten räumlichen Darstellungen interessiert ist, sondern wenn man die Vorgänge in einem Bereich kleiner Scales im nächst höheren Scale summarisch darstellen möchte. Diese gänzlich andere Fragestellung ist genau die des Parameterisierungsproblems, zu dessen Lösung FORTAK (1968a),(1968b) gerade die Methode der sukzessiven Tiefpaßfilterung (in subsynoptischen Scalebereichen) vorgeschlagen hat.

Die hier vorgenommene formale Aufspaltung in die vier Spektralbänder

- I : $\lambda < 2600$ km durch Hochpaßfilter H 1-2
- II : $2600 \text{ km} < \lambda < 5000$ km durch Bandpaßfilter B 1/4-2
- III : $5000 \text{ km} < \lambda < 7500$ km durch Bandpaßfilter B 4-2/3
- IV : $\lambda > 7500$ km durch Tiefpaßfilter T 4-3

(vergl. Nomenklatur , S. 64) läßt sich weitgehend meteorologisch begründen. VAN MIEGHEM (1973) unterscheidet aufgrund physikalischer Ursache und Wirkung drei Spektralbereiche innerhalb der großturbulenten Wirbel und Wellen (n =Wellenzahl in 45 N, λ = Wellenlänge in 45 N)

- (i): $n = 1 - 4$, d.h. $33000 \text{ km} > \lambda > 7000 \text{ km}$
- (ii): $n = 5 - 10$, d.h. $5500 \text{ km} > \lambda > 2800 \text{ km}$
- (iii): $n > 10$, d.h. $\lambda < 2800 \text{ km}$

Der Bereich (i) umfaßt die quasi-stationären langen planetarischen Wellen, die durch die geographische Verteilung von Ozeanen und Kontinenten verursacht werden.

Im Bereich (ii) sind die langsam wandernden Wellen zusammengefaßt, die durch die barokline Instabilität des zirkumpolaren Wirbels aufrechterhalten werden.

Der Bereich (iii) enthält die schnell wandernden, nicht hochreichenden Zyklonen und Antizyklonen der mittleren Breiten.

Die Zuordnung der formalen Spektralbandaufspaltung I - IV zur physikalischen Aufspaltung (i) - (iii) ist leicht vorzunehmen:

Das Spektralband I enthält nahezu exakt den Bereich (iii). Da aufgrund von Abb. 21, S. 66 die Dämpfungsfunktion des Filters 1-2 eine sehr große Flankensteilheit hat, gelingt eine sehr gute filteranalytische Trennung der nicht hochreichenden Zyklonen und Antizyklonen vom gesamten großturbulenten Anteil des Lorenzschen Energiezyklus. Es wird daher die Kurzbezeichnung Spektralband I = "Zyklonenwellen" gewählt.

Das Spektralband II deckt sich weitgehend mit dem Bereich (ii). Daher kann man die Kurzbezeichnung Spektralband II = "barokline Wellen" wählen.

Das Spektralband III tritt in der van Mieghemschen Aufspaltung nicht auf. Das liegt daran, daß es keine Wellenzahl n in $45 N$ gibt, die einer Wellenlänge zwischen 5500 und 7000 km entspricht. Hierin zeigt sich wieder eine Schwäche des Konzeptes der eindimensionalen Spektralanalyse, denn mit Sicherheit ist in der Atmosphäre auch der Spektralbereich III vertreten. Er liegt in der Mitte zwischen den "baroklinen Wellen" und den orographisch bedingten stehenden Wellen. Nun zeigt die Theorie der baroklinen Instabilität (FORTAK (1966-69)), daß im Winter kürzere Wellen baroklin instabil werden als im Sommer. Da in der vorliegenden Arbeit ein typischer Winterfall untersucht wird, sollte die barokline Instabilität im Spektralband III keine große Rolle spielen. Da andererseits barotrope Modelle der Atmosphäre durchaus Wellen dieser Größenordnung simulieren können, wird die Kurzbezeichnung Spektralband III = "kurze barotrope Wellen" gewählt.

Das Spektralband IV deckt sich wieder weitgehend mit dem Bereich (i), so daß die Kurzbezeichnung Spektralband IV = "lange stehende Wellen" angemessen ist.

Die letztgenannten Wellen werden ebenfalls von barotropen Modellen simuliert und unterscheiden sich daher physikalisch nur wenig von denen des Spektralbandes III. Aus diesem Grunde ist es nicht allzu bedeutsam, daß eine filteranalytische Trennung der Bereiche III und IV nur noch sehr unvollkommen gelingt. (Die Flankensteilheit des Filters 4-3 ist sehr gering, vergl. Abb. 21, S. 66). Bei den Darstellungen der Meridionalschnitte der filteranalytischen energetischen Felder werden die Be-

reiche III und IV zusammengefaßt zur Kurzbezeichnung "barotrope Wellen", was sowohl physikalisch als auch aufgrund der "technischen" Möglichkeiten der Filteranalyse zu vertreten ist.

In diesem Sinne zeigt Abb. 61 a-c die verfügbare potentielle Energie $\overline{a_E}$ der "Zyklonenwellen", der "baroklinen Wellen" und der "barotropen Wellen". Sehr auffallend ist eine meridionale Doppelstruktur in den Wellen mit $\lambda < 5000$ km. Das Lorenzsche $\overline{a_E}$ - Feld (Abb. 40, S. 92) zeigt nur eine äußerst schwache Andeutung des nördlichen Zentrums bei 70 N, welches bei den "Zyklonenwellen" sogar stärker ist als das südliche Hauptzentrum. Das in Abb. 40 angedeutete Ansteigen der großturbulenten verfügbaren potentiellen Energie oberhalb von 250 mb ist bei den "Zyklonenwellen" nicht zu beobachten. Dagegen verdeutlicht sich dieser Effekt etwas in Abb. 61 b und c bei den längeren Wellen.

Die vertikal integrierten Horizontaldarstellungen (Abb. 60 a-d) zeigen, daß das Spektralband III, welches in der van Mieghemschen Aufspaltung nicht enthalten ist, tatsächlich nur wenig verfügbare potentielle Energie enthält. (Die Stärken der Zentren innerhalb einer gegebenen Spektralbandaufspaltung lassen sich durchaus miteinander vergleichen, während wegen der eingangs erläuterten nichtlinearen Effekte Größenvergleiche mit den ungefilterten Lorenztermen nicht gestattet sind). Im Einklang mit den Meridionalschnitten zeigen die Zentren des Bandes II und erst recht die des Bandes I eine Schwerpunktsverschiebung nach Norden. Das Spektralband IV enthält verfügbare potentielle Energie fast nur auf der östlichen Nordhemisphäre und östlich von 30 W. Das ist eine Folge der schon in Kap. 5.1 bei der Diskussion der Grundfelder gefundenen Unterschiede im großräumigen Turbulenzverhalten der östlichen und westlichen Nordhemisphäre.

Die Abbildungen 62 a - d zeigen die entsprechende filteranalytische Spektralbandaufspaltung für die Beiträge k_E zur großturbulenten kinetischen Energie K_E . Wieder ist im Spektralband III mit Wellenlängen zwischen 5000 und 7500 km ein "Energiegap" vorhanden. Im Spektralband IV macht sich deutlich die sehr langwellige Windstruktur südlich von Grönland zwischen 30 und 120 W bemerkbar. Im Gegensatz zur großturbulenten verfügbaren potentiellen Energie ist jedoch der Hauptteil der groß-

turbulenten kinetischen Energie in den Wellen mit $\lambda < 5000$ km enthalten, also in den Spektralbändern I und II.

Die Meridionalschnitte der filteranalytischen $\overline{k_E}$ - Felder (Abb. 63) vertiefen in eindrucksvoller Weise die Schlüsse, die aus der entsprechenden Darstellung innerhalb des Lorenzischen Energiezyklus gezogen wurden (Abb. 44 - 46, S.98). Dort konnte nur gesagt werden, daß der im $\overline{k}$ - Feld vorhandene nördliche Strahlstrom etwas mehr durch den groß-turbulenten Anteil $\overline{k_E}$, der südliche etwas mehr durch den zonalen Anteil k_Z repräsentiert wird. Die weitere filteranalytische Unterteilung in Abb. 63 macht deutlich, daß sich der nördliche Strahlstrom sogar fast ausschließlich in den Spektralbändern I und II zeigt. Darüberhinaus sieht man in Abb. 63, daß sich die Schwerpunkte der Zentren von $\overline{k_E}$ mit kürzer werdenden Wellenlängen nach unten verschiebt. Das Maximum bei den "barotropen Wellen" (Spektralband III + IV) liegt noch bei 250 mb, bei den "baroklinen Wellen" (Spektralband II) dagegen bei 280 mb und bei den "Zyklonenwellen" (Spektralband I) sogar bei 370 mb. Hierin äußert sich die Verknüpfung dieses Spektralbereiches mit den nicht hochreichenden Zyklonen und Antizyklonen.

Vergleicht man Abb. 63a mit 63b, so fällt eine meridionale Verlagerung beider Zentren auf, und zwar liegen sie im Spektralband I etwa 8 Grad nördlicher als im Spektralband II. Dieses Verhalten läßt sich dadurch deuten, daß in der Atmosphäre eine gewisse Tendenz besteht, unabhängig von der Breite eine bestimmte Wellenzahl zu verwirklichen, denn eine bestimmte Wellenzahl erscheint in nördlichen Breiten als kleinerer Scale und in südlicheren Breiten als größerer Scale. Diese "Tendenz zur meridionalen Erhaltung einer bestimmten Wellenzahl" besteht natürlich nur über einen solchen Bereich, der etwa der meridionalen Ausdehnung dieser Welle entspricht, und das sind im Zonalmittel gerade die in Abb. 63 gefundenen 8 Grad.

5.33 Allgemeine Diskussion der filteranalytischen Energieumwandlungen (c_E)

Die Diskussion der Umwandlung zwischen kinetischer und verfügbarer potentieller Energie soll mit den Meridionalschnitten der $\overline{c_E}$ - Felder beginnen (Abb.65), denn hier ist der Informationszuwachs durch die filteranalytische Spektralbandaufspaltung gegenüber dem gesamten großturbulenten Lorenzterm (Abb.50, S.102) besonders auffällig. Das nördliche Umwandlungszentrum in Abb. 50 tritt nur in den Wellenlängenbereichen mit $\lambda < 5000$ km auf, überwiegend jedoch im Spektralband I mit $\lambda < 2600$ km. Die physikalische Begründung für das Abtrennen des Spektralbandes I bestand darin, daß man dadurch den energetischen Einfluß der nicht hochreichenden Zyklonen von den übrigen meteorologischen Phänomenen separiert. Abb. 65a zeigt, daß die Filteranalyse in der Lage ist, diese Trennung zu vollziehen, denn die wichtigsten Umwandlungen von verfügbarer potentieller in kinetische Energie finden unterhalb des 500 mb-Niveaus statt. Dagegen finden die entsprechenden Umwandlungen im Spektralbereich $\lambda > 5000$ km überwiegend oberhalb von 500 mb statt. (Das hier nicht dargestellte Feld $\overline{c_E}$ im Bereich $\lambda > 7500$ km zeigt diesen Effekt noch deutlicher).

Abb. 65 a und b zeigen in den Niveaus oberhalb von 300 mb markante Abweichungen von der übrigen Feldstruktur. In den Breiten von 50-60 N nimmt die Umwandlung in kinetische Energie wieder zu, während südlich von 45 N und nördlich von 60 N (Abb. 65a) Umwandlungen in verfügbare potentielle Energie angezeigt werden. Es fällt auf, daß diese Effekte in den Spektralbereichen I und II auftreten. Die Aussage, daß in den höchsten Troposphärenschichten nur noch lange planetarischen Wellen eine Rolle spielen, wäre also verfehlt.

Die Horizontalarstellung der vertikal integrierten lokalen Beiträge c_E zum Lorenzschen großturbulenten Umwandlungsterm c_E ($K_E \rightarrow A_E$) war gegeben durch Abb. 48 (S.101). Die entsprechenden filteranalytischen Felder (Abb. 64 a - d) zeigen, daß diese Umwandlung in den atmosphärischen Strukturen mit $\lambda > 5000$ km nur noch eine geringe Rolle spielt. Das ist verständlich, da der Umwandlungsterm c_E einen typischen baroklinen Prozeß



Abb. 64c
Wie Abb. 48, S. 101
Spektralband III
($5000\text{km} < \lambda < 7500\text{km}$)

18.12.71-6z, c_E , Bandpaß 4-2/3; 10 W m^{-2} (Vert. Integr.)



Abb. 64d
Wie Abb. 48, S. 101
Spektralband IV
($\lambda > 7500\text{km}$)

18.12.71-6z, c_E , Tiefpaß 4-3; 10 W m^{-2} (Vert. Integr.)

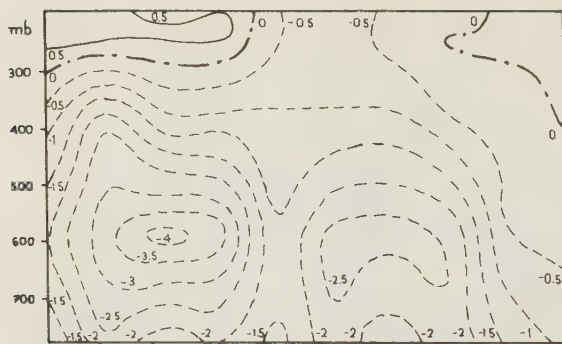


Abb.65a
Wie Abb.50, Seite 102
Spektralband I
($\lambda < 2600 \text{ km}$)

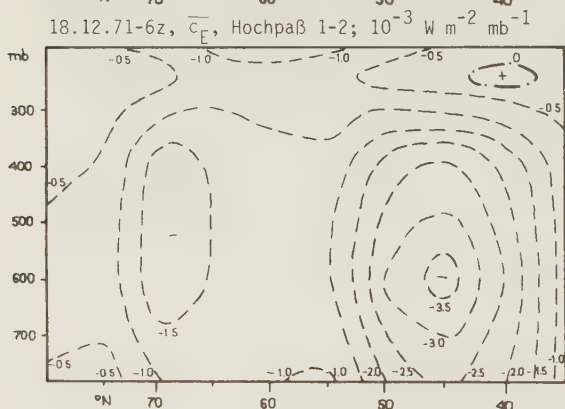


Abb.65b
Wie Abb.50, Seite 102
Spektralband II
($2600 \text{ km} < \lambda < 5000 \text{ km}$)

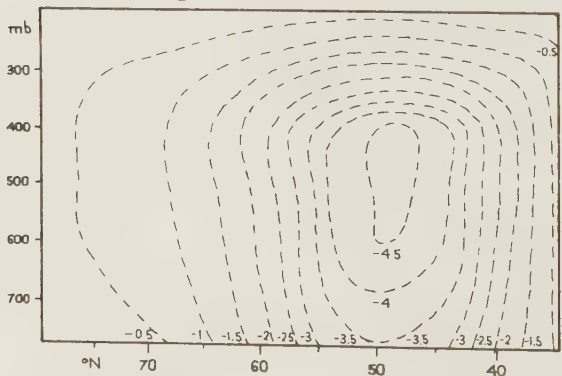
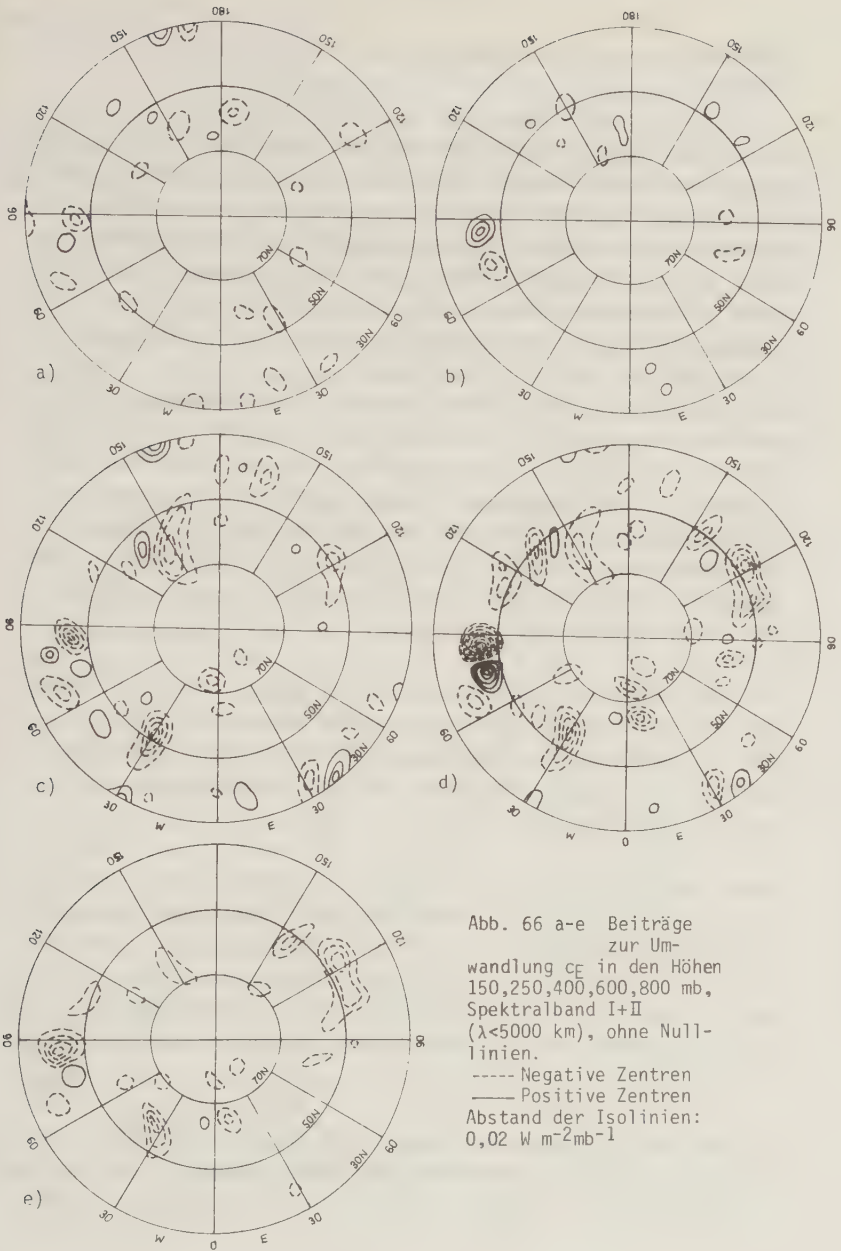


Abb.65c
Wie Abb.50, Seite 102
Spektralband III+IV
($\lambda > 5000 \text{ km}$)

18.12.71-6Z, $\bar{c}_E$, Tiefpaß 4-2; $10^{-3} \text{ W m}^{-2} \text{ mb}^{-1}$



repräsentiert, der sich ja hauptsächlich in den Wellen mit $\lambda < 5000$ km abspielt.

Die schwachen Werte im Spektralband IV (Abb. 64d) (zu beachten ist bei Abb. 64, wie in vielen anderen Abbildungen, ein häufiger Wechsel des Abstandes der Isolinien) beschreiben daher weniger die Energetik einzelner meteorologischer Gebilde als den summarischen Einfluß mehrerer benachbarter barokliner Strukturen. So spiegelt das Hauptzentrum in der Umgebung des Nullmeridians z.B. den gesamten Einfluß der dort befindlichen Zyklonenfamilie wieder (vergl. Abb. 23 oder 25, S. 70,71 oder 73).

Da im Mittel die negativen lokalen Beiträge von c_E überwiegen, ist es verständlich, daß nach der starken Glättung der Grundfelder durch den Tiefpaßfilter 4-3 fast nur noch negative c_E - Werte im Spektralband IV zu finden sind. Im Spektralband III deutet sich schon eine Zuordnung zu den größten Einzelstrukturen an. Das gilt insbesondere für das größte und stärkste Tiefdruckgebiet T_{15} bei 30 W / 50 N, in dem warme Luft gehoben wird, und für das asiatische Kältehoch H_3 , für welches Abb. 64c bei 120 E / 50 N Absinken von kalter Luft anzeigt.

Die Hauptanteile von c_E sind in den Spektralbändern I und II zu finden. Abb. 64b ähnelt in der Feldstruktur weitgehend der Abb. 48 (S. 101), wobei jedoch viele kleine Zentren des ungefilterten Feldes im Spektralband II nicht vertreten sind. Diese sind dann meist umso deutlicher im Spektralband I (Abb. 64a) zu sehen.

Dieses zeigt sehr deutlich den energetische Effekt einiger kleinräumiger Zyklonen und Antizyklonen, andererseits ist die Aufrauhung der Grundfelder durch den Hochpaßfilter H 1-2 so stark, daß größere Druckgebilde nicht gut wiedergegeben werden. Das trifft insbesondere für das asiatische Kältehoch zu. Offenbar wären alle Hoch- und Tiefdruckgebiete am besten beschrieben, wenn man den gesamten Scalebereich der Wellenlängen $\lambda < 5000$ km zusammenfassen würde.

Physikalisch ist eine Zusammenlegung der Spektralbänder I und II ähnlich zu begründen wie die Zusammenlegung der Spektralbänder III und IV zu den "barotropen Wellen", denn die "Zyklonenwellen" des Bandes I sind ebenso

baroklinen Ursprungs wie die Wellen des Bandes II.

Abb. 66 ist eine Darstellung der dreidimensionalen lokalen Beiträge c_E des zusammengelegten Spektralbandes I und II (unter Verzicht auf die Nulllinien). Sie zeigt in den mittleren und unteren Schichten eine besonders gute Konsistenz mit den Karten der Zyklonen, Fronten und Antizyklonen (Abb. 23 und 25, S. 70,71 und 73). Wie aufgrund der Vertikalschnitte von c_E in den entsprechenden Spektralbereichen (Abb. 65a und b) zu erwarten ist, sind die wesentlichsten Energieumwandlungen im 600 mb - Niveau zu verzeichnen. Die in den Vertikalschnitten diskutierten besonderen, zum Teil kompensatorischen Effekte in den höchsten Troposphärenschichten, lassen sich durch Abb. 66a und b nun auch horizontal lokalisieren.

Bei der Diskussion des dreidimensionalen Geopotentialfeldes (Abb. 26, S. 75) in Kap. 5.1 wurde eine grobe Unterteilung der wichtigsten Zyklonen und Antizyklonen in hochreichende und nicht hochreichende Druckgebilde vorgenommen, welche an dieser Stelle noch einmal tabellarisch wiedergegeben werden soll:

	Bezeichnung nach Abb. 25 und 26	Geographische Lage
hoch- reichend	H ₁	10 E / 45 N
	T ₃	30 E / 80 N
	H ₂	92 E / 57 N
	T ₆	140 E / 50 N
	T ₉	160 W / 31 N
	H ₆	145 W / 50 N
	T ₁₃	75 W / 45 N
nicht hoch- reichend	T ₁	5 E / 65 N
	H ₃	110 E / 50 N
	T ₈	150 W / 65 N
	H ₉	85 W / 40 N
	T ₁₅	30 W / 55 N

Wendet man diese Tabelle auf Abb. 66 an, so findet man, daß (mit Ausnahme des Tiefs T_3) die hochreichenden Druckgebilde mit positiven, die nicht hochreichenden Druckgebilde mit negativen c_E - Werten in der mittleren und/oder unteren Troposphäre verbunden sind. (T_3 ist kaum mit Vertikalbewegungen verbunden). Da in diesen Niveaus die Umwandlungen maximal sind, gilt die gleiche Aussage auch für das (hier nicht dargestellte) Vertikalintegral für den Spektralbereich I+II. Die Erklärung hierfür ist recht einfach. Ein Hochdruckgebiet mit $c_E \sim \omega' T' < 0$ hat wegen $\omega' > 0$ negative Temperaturschwankungen $T' < 0$ aufzuweisen, und ein solches thermisches Hoch kann sich aus hydrostatischen Gründen nicht in große Höhen erstrecken. Die Beziehung $c_E < 0$ kennzeichnet aber gerade einen Gewinn von kinetischer Energie aus verfügbarer potentieller Energie, wie er für thermische (direkte) Systeme charakteristisch ist. Ist umgekehrt im Hochdruckgebiet $c_E > 0$, so wird kinetische in verfügbare potentielle Energie verwandelt, was ein Kennzeichen für die Antizyklogen ist, die wegen $T' > 0$ dynamisch erklärt werden müssen.

Die gleiche Argumentation kann sinngemäß auch auf Tiefdruckgebiete angewendet werden, obwohl eine Identifizierung der hochreichenden und nicht hochreichenden Zyklonen als dynamische und thermische Druckgebilde oft zu einfach ist und den komplizierten Zyklonentheorien nicht gerecht wird (A.DEFANT, F.DEFANT (1958), REITER (1961)). Sowohl bei Zyklonen als auch bei Antizyklonen wirken thermische und dynamische Effekte gleichzeitig. Das wird in Kap. 5.4 (bei der detaillierten Beschreibung der Energetik der Antizyklone H_9) präzisiert werden. Aus Abb. 66 ersieht man ferner, daß hochreichende Druckgebilde nicht etwa dadurch charakterisiert sind, daß sich auch die Zentren von $c_E > 0$ bis in die obersten Schichten erstrecken. Das ist aufgrund einfacher Überlegungen auch nicht zu erwarten, denn auch hochreichende Druckgebilde sind nicht in der ganzen Troposphäre einheitlich kalt oder warm, während die Vertikalgeschwindigkeit das Vorzeichen nicht wechselt.

5.34 Allgemeine Diskussion der filteranalytischen Energietransfers (t_A , t_K)

Die Abb. 67 zeigt die Wirkung der filteranalytischen Spektralbandaufspaltung I - IV der Grundfelder auf die lokalen Beiträge t_A zum gesamten großturbulenten Lorenzschen Transferterm (Abb. 52, S. 109). Das Hauptzentrum der Überführung von zonaler nach großturbulenter verfügbarer potentieller Energie im Spektralband IV ($\lambda > 7500$ km) (Abb. 67d) liegt bei etwa 30 W / 50 N. Abb. 24 (S. 72) zeigt auch, daß hier im weiten Bogen warme Luft nach Norden geführt wird. Wie schon mehrfach betont wurde, sind die "barotropen Wellen" auf der östlichen Nordhemisphäre kürzer als auf der westlichen. Dementsprechend zeigt die Abb. 67c des Spektralbandes III ($5000 \text{ km} < \lambda < 7500 \text{ km}$) Energietransfers bei 30 E und bei 120 E an, während die westliche Hemisphäre nahezu inaktiv ist. Die größten Energietransfers t_A treten jedoch im Spektralband II ($2500 \text{ km} < \lambda < 5000 \text{ km}$) auf, so daß in der Feldstruktur die Abb. 67b weitgehend der Abb. 52 ähnelt.

Die Beschränkung auf das Spektralband II hat trotzdem an einigen Stellen, an denen kurzwelligere Strukturen am Transfer beteiligt sind, eine Präzisierung gebracht. Das gilt insbesondere für das positive Zentrum von t_K bei 70 W / 45 N sowie für die negativen Zentren bei 145 E / 45 N, bei 140 W / 40 N, bei 115 W / 45 N und bei 70 W / 35 N. Die vier letztgenannten Zentren sind im Lorenzfeld von t_K (Abb. 52, S. 109) nicht vertreten. Andererseits lassen gerade sie sich durch die in Abb. 25 (S. 73) eingezeichneten Fronten besonders gut erklären: Bei 150 W / 40 N dringt warme Luft nach Norden vor und in den drei übrigen Fällen sind nach Süden vordringende Kaltluftfronten zu finden.

Die t_A - Beiträge im Spektralband I sind wesentlich geringer als die in allen übrigen Spektralbändern. Eine Ausnahme bildet das sehr starke Doppelzentrum $t_A < 0$ bei 85 W / 45 N und $t_A > 0$ bei 75 W / 45 N. In beiden Zentren ist die Temperaturschwankung $T' < 0$. Das zeigt das T' - Feld im 400 mb - Niveau (Abb. 56, S. 115) nur undeutlich, jedoch folgt aus der Abb. 27 (S. 76) des dreidimensionalen Temperaturfeldes, daß unterhalb dieser Schicht die Kaltluft zwischen 75 und 85 W an



Abb. 67a
Wie Abb. 52, S. 109
Spektralband I
($\lambda < 2600 \text{ km}$)

18.12.71-6z, t_A , Hochpaß 1-2; 10 W m^{-2} (Vert. Integr.)



Abb. 67b
Wie Abb. 52, S. 109
Spektralband II
($2600 \text{ km} < \lambda < 5000 \text{ km}$)

18.12.71-6z, t_A , Bandpaß 1/4-2; 10 W m^{-2} (Vert. Integr.)



Abb. 67c
Wie Abb. 52, S. 109
Spektralband III
(5000 km < λ < 7500 km)

18.12.71-6z, t_A , Bandpaß 4-2/3; 10 W m^{-2} (Vert. Integr.)



Abb. 67d
Wie Abb. 52, S. 109
Spektralband IV
($\lambda > 7500 \text{ km}$)

18.12.71-6z, t_A , Tiefpaß 4-3; 10 W m^{-2} (Vert. Integr.)

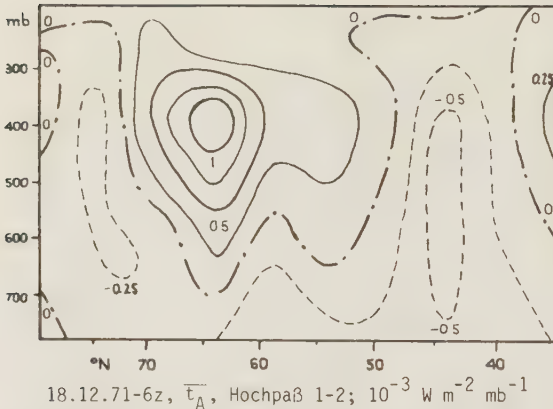


Abb.68a
Wie Abb.53, Seite 109
Spektralband I
($\lambda < 2600 \text{ km}$)

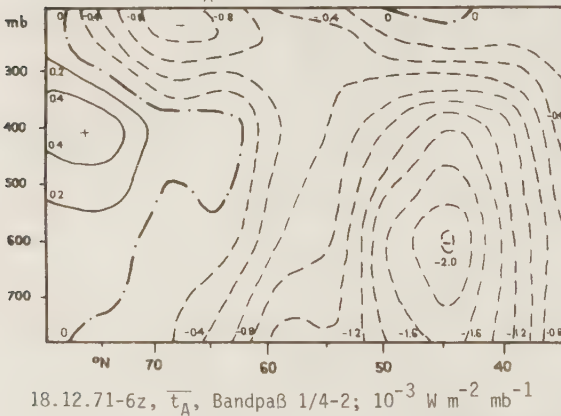


Abb.68b
Wie Abb.53, Seite 109
Spektralband II
($2600 \text{ km} < \lambda < 5000 \text{ km}$)

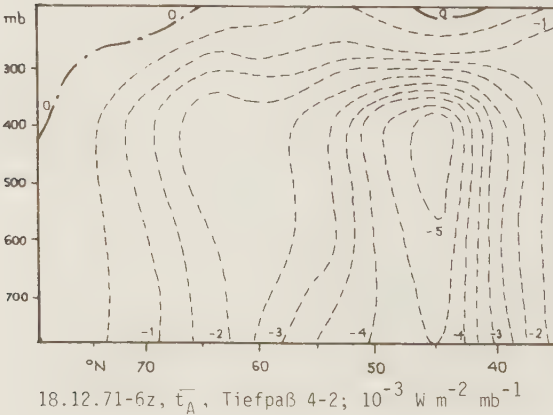


Abb.68c
Wie Abb.53, Seite 109
Spektralband III+IV
($\lambda > 5000 \text{ km}$)

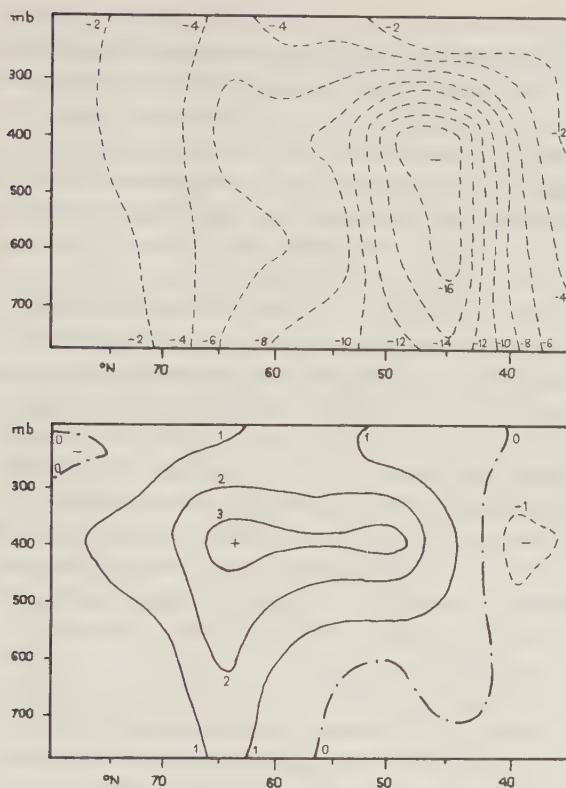


Abb. 69 Wie Abb. 53, S. 109.
 69a (oben): Horizontalanteil von $\overline{t_A}$
 69b (unten): Vertikalanteil von $\overline{t_A}$

Einfluß gewinnt. Wegen der Näherungsbeziehung $t_A \sim -T'v_y'$ muß also bei 85 W / 45 N $v_y' < 0$ und bei 75 W / 45 N $v_y' > 0$ gelten. Abb. 59 (S. 118) gibt diese Meridional Komponenten im Spektralband I auch sehr gut wieder. Im Isohypsenfeld (Abb. 26, S. 75) sind die entsprechenden Verhältnisse in den Niveaus 400 mb und 600 mb des stärksten Transfers t_A durch den sehr kurzwelligen (sehr spitzen) Hochdruckkeil bei 80 W / 45 N (also in der Mitte zwischen beiden Zentren) dargestellt.

Die Lage des Hauptzentrums von t_A bei 85 W / 45 N (Abb. 67a) stimmt auch genau überein mit der Lage des stärksten Zentrums des Reservoirs von verfügbarer potentieller Energie a_E im Scalebereich des Spektralbandes I (Abb. 60a, S. 120) und des stärksten Zentrums der entsprechenden Energieumwandlung c_E (Abb. 64a, S. 132). Das Reservoir von a_E wird also durch den Transfer $t_A < 0$ aus zonaler verfügbarer potentieller Energie verstärkt und gleichzeitig in kinetische Energie des gleichen Spektralbereiches ($c_E < 0$) umgewandelt.

Das Feld der Zonalmittelwerte $\overline{t_A}$ des Transfers von verfügbarer potentieller Energie zwischen dem zonalen Scale und der Summe aller großturbulenten Scales (Abb. 53, S. 109) zeigt in den Spektralbändern I, II und III+IV (Abb. 68 a - c) besonders aufschlußreiche Differenzierungen. Zunächst stellt man fest, daß von der vertikalen Doppelstruktur bei 45 N in Abb. 53 das untere Zentrum nur im Spektralband II vertreten ist. Im Spektralband II ist auch das Nebenzentrum oberhalb 300 mb bei 65 N vertreten. Am auffallendsten ist die Struktur von t_A im Spektralband I, da hier über weite Bereiche, besonders bei 65 N, eine Vorzeichenumkehr zu verzeichnen ist. Abb. 67a zeigt auch wirklich viele kleine positive Zentren in dieser Breite.

Die Erklärung für diesen Effekt ist darin zu suchen, daß im Spektralband I der Vertikalanteil von t_A (Formel (44)) nicht mehr zu vernachlässigen ist, da das Feld der Vertikalgeschwindigkeit ω' wesentlich kleinräumiger ist als die Transportgeschwindigkeit v_y' im Horizontalanteil von (44). Den Beweis liefert Abb. 69, in der getrennte Berechnungen des Horizontal- und Vertikalanteils von Gl. (44) dargestellt sind. Der Vertikalanteil enthält neben der Korrelation $\overline{T'\omega'}$ den Ausdruck $\partial \overline{T'}/\partial p - R \overline{T'}/(p c_p)$, der wegen der anzunehmenden zonalgemittelten statischen Stabilität negativ ist. Daher folgt aus Abb. 69b wegen $(t_A)_{\text{vertikal}} > 0$ die Beziehung $\overline{T'\omega'} < 0$, d.h. im zonalen Mittel ist der turbulente Wärmetransport nach oben gerichtet. Die Ähnlichkeit der Feldstrukturen von Abb. 69b und 68a zeigt, daß die Hochpaßfilterung H 1-2 diesen bekannten Transportmechanismus vom gesamten Lorenzschen Transferterm (Abb. 53, S. 109) weitgehend abgesondert hat. Andererseits sind auch die Strukturen der Abbildungen 69a und 68c

sehr ähnlich. Hierin drückt sich aus, daß der turbulente Vertikaltransport von Wärme im Spektralbereich $\lambda > 5000$ km keine Rolle mehr spielt, sondern nur noch der turbulente Meridionaltransport.

Die filteranalytischen vertikal integrierten lokalen Beiträge t_K zum Transfer zwischen der zonalen und der großturbulenten kinetischen Energie jedes der vier Spektralbereiche sind in Abb. 70 wiedergegeben. Wie beim gesamten Lorenzschen Transfer t_K (Abb. 54, S. 112) sind in Abb. 70 a-d bei 45 N keine lokalen Beiträge zu finden, da hier das Maximum von $\overline{v_x}$ liegt ($\partial \overline{v_x} / \partial y = 0$, vergl. Formel (109), S. 110). Die Zentren südlich dieses Breitenkreises sind überall stärker als die nördlichen. Ebenso wie bei der entsprechenden Spektralaufspaltung des Transferterm t_A ergeben sich die bedeutendsten Energietransfers t_K zwischen dem zonalen Scale und dem Spektralbereich II, was auch der Grund dafür ist, daß Abb. 70b in ihrer Feldstruktur der Abb. 54 am meisten ähnelt. Der Spektralbereich II ($2600 \text{ km} < \lambda < 5000 \text{ km}$) enthält ja auch die Wellenlängen, die nach der Theorie der baroklinen Instabilität im Winter zuerst instabil werden. Vergleicht man Abb. 70 a-d mit Abb. 67 a-d (S. 140, 141), so stellt man fest, daß sich der Schwerpunkt des Transfers t_K gegenüber t_A mehr zu den kürzeren Wellen verlagert hat. Dem entsprechend zeigt Abb. 70a noch einige sehr bedeutende Zentren.

Abb. 71 zeigt die Auswirkung der Spektralbandaufspaltung auf die Zonalmittelwerte $\overline{t_K}$. Abb. 71b und c ähneln sich weitgehend und liefern die gleiche Feldstruktur wie das entsprechende Gesamtfeld $\overline{t_K}$ (Abb. 55, S. 112). Besonderheiten weist nur Abb. 71a auf, da im südlichsten Bereich eine Vorzeichenumkehr erfolgt, und da das negative Zentrum bei 50 N stark abgebaut ist. Damit überwiegen im Spektralbereich I die negativen Transfers $\overline{t_K}$.

Schließlich zeigt Abb. 72 das Ergebnis der separaten Berechnung des Horizontal- und Vertikalanteils von $\overline{t_K}$ entsprechend Gleichung (43) (S. 25). Vergleicht man Abb. 72b mit Abb. 71a, so erkennt man wieder den nicht zu vernachlässigenden Einfluß des Vertikalanteils im Spektralband I. Allerdings setzen sich die turbulenten Vertikaltransporte von

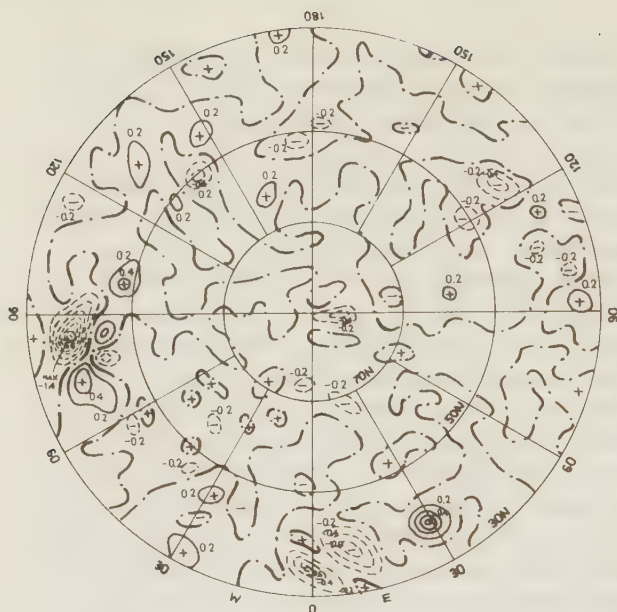


Abb. 70a
Wie Abb. 54, S. 112
Spektralband I
($\lambda < 2600 \text{ km}$)

18.12.71-6z, t_K , Hochpaß 1-2; 10 W m^{-2} (Vert. Integr.)



Abb. 70b
Wie Abb. 54, S. 112
Spektralband II
($2600 \text{ km} < \lambda < 5000 \text{ km}$)

18.12.71-6z, t_K , Bandpaß 1/4-2; 10 W m^{-2} (Vert. Integr.)



Abb. 70c
Wie Abb. 54, S. 112
Spektralband III
($5000\text{km} < \lambda < 7500\text{km}$)

18.12.71-6z, t_K , Bandpaß 4-2/3; 10 W m^{-2} (Vert. Integr.)



Abb. 70d
Wie Abb. 54, S. 112
Spektralband IV
($\lambda > 7500\text{km}$)

18.12.71-6z, t_K , Tiefpaß 4-3; 10 W m^{-2} (Vert. Integr.)

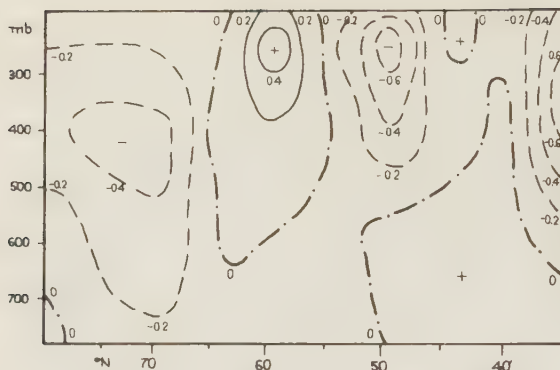


Abb.71a
Wie Abb.55, Seite 112
Spektralband I
($\lambda < 2600 \text{ km}$)

18.12.71-6z, $\bar{\tau}_K$, Hochpaß 1-2; $10^{-3} \text{ W m}^{-2} \text{ mb}^{-1}$

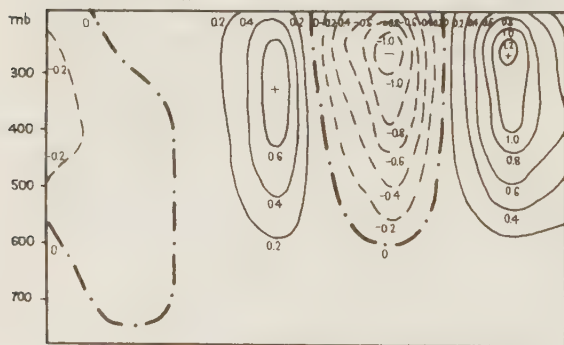


Abb.71b
Wie Abb.55, Seite 112
Spektralband II
($2600 \text{ km} < \lambda < 5000 \text{ km}$)

18.12.71-6z, $\bar{\tau}_K$, Bandpaß 1/4-2; $10^{-3} \text{ W m}^{-2} \text{ mb}^{-1}$

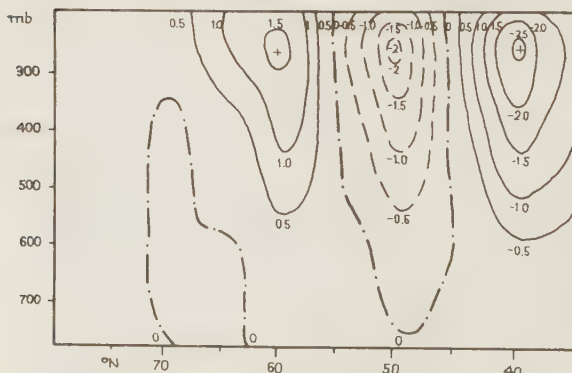


Abb.71c
Wie Abb.55, Seite 112
Spektralband III+IV
($\lambda > 5000 \text{ km}$)

18.12.71-6z, $\bar{\tau}_K$, Tiefpaß 4-2; $10^{-3} \text{ W m}^{-2} \text{ mb}^{-1}$

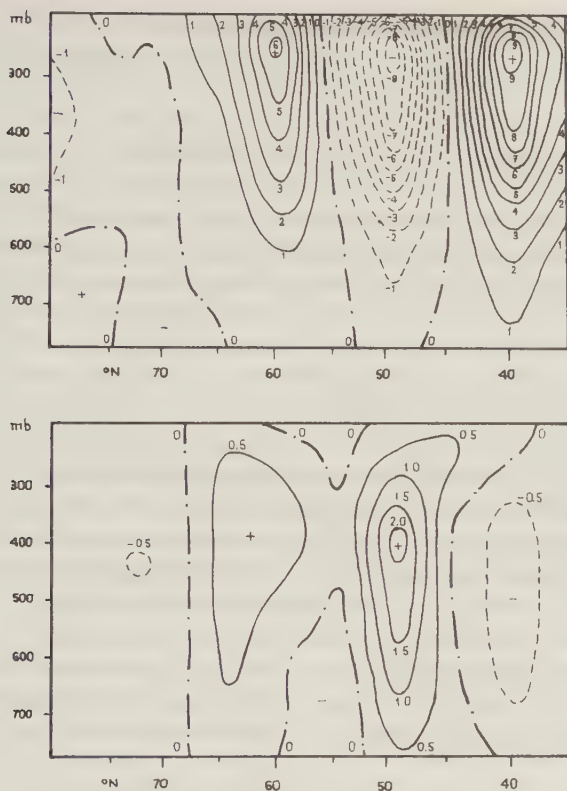


Abb. 72 Wie Abb. 55, S. 112.

72a (oben): Horizontalanteil von $\overline{t_K}$

72b (unten): Vertikalanteil von $\overline{t_K}$

Zonalimpuls v_x' hier nicht so dominierend durch wie die turbulenten Vertikaltransporte von T' im Falle des Transfers $\overline{t_A}$. Dennoch ist sehr prägnant, daß die Besonderheiten der Feldstruktur von Abb. 71a gegenüber Abb. 71b und 71c genau in dem durch den Vertikalanteil erzwungenen Sinne sind. Der Horizontalanteil (Abb. 72a) zeigt wieder das bekannte Bild des Transfers mit den längeren Wellen. Für den Energietransfer zwischen dem zonalen Grundstrom und den mittleren und langen planetarischen Wellen spielt

also nur der meridionale turbulente Impulstransport eine Rolle. Der entsprechende Vertikaltransport kann hier vernachlässigt werden.

5.4 Zur Energetik einiger meteorologischer Einzelphänomene

Nachdem die Ergebnisse der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Rechnungen dargestellt und diskutiert worden sind, sollen nun einige markante Einzelercheinungen der betrachteten synoptischen Situation untersucht werden.

Die Antizyklogen H_2 und H_3 (Bezeichnung nach Abb. 25, S. 73)

Die Antizyklogen H_2 und H_3 sind nur in der Berliner Wetterkarte von 12 GMT (Abb. 23b, S. 71) als zwei getrennte Druckgebilde eingezeichnet. Die Bodenkarte von 00 GMT des DWD (Abb. 23a) und auch die Modelldaten von 06 GMT (Abb. 26f, S. 75) zeigen eher ein einheitliches Zentrum mit drei Ausbuchtungen entsprechend den Hochdruckgebieten H_2 , H_3 und H_4 . Daß man H_2 und H_3 als getrennte Gebilde auffassen sollte, wird durch das Vertikalgeschwindigkeitsfeld ω und auch durch das Feld der ageostrophischen Windkomponenten (Abb. 31, S. 80,81) nahegelegt. Beide Felder sind ja wegen Gl. (108) eng korreliert. Die gleichen Darstellungen sowie alle energetischen Felder zeigen, daß das Hoch H_4 nur wenig aktiv ist.

Bezieht man das Temperaturfeld T mit in die Diskussion ein (s. Abb. 56, S. 115), insbesondere das dem Scale gut angepaßte gefilterte Feld des Spektralbandes II (Abb. 56c), so erhält man eine weitere Rechtfertigung für eine getrennte Behandlung der Antizyklogen H_2 und H_3 . H_3 erweist sich nämlich als ein sehr kaltes Hoch, ist damit thermisch bedingt und daher auch in Kap. 5.1 und 5.33 als "nicht hochreichend" klassifiziert worden. Die Höhenkarte (Abb. 24, S. 72) zeigt, daß es schon in 500 mb als Tiefdruckgebiet erscheint, welches sich mit dem hochreichenden Tiefdruckgebiet T_6 vereinigt hat. Dagegen ist H_2 eher als warm zu bezeichnen, obwohl der Absolutbetrag von T im Bereich von H_2 weit geringer ist. Daher liefert H_3 im Gegensatz zu H_2 riesige Beiträge a_E zum

Reservoir der großturbulenten verfügbaren potentiellen Energie (Abb. 38, S. 91).

Das Feld c der Beiträge zur Energieumwandlung (Abb. 47, S. 101) zeigt sowohl für H_2 als auch für H_3 sehr starke Umsetzungen von verfügbarer potentieller in kinetische Energie. Das ist für die direkte Zirkulation des thermischen Hochs H_3 leicht einzusehen. Das nach der Höhenkarte (Abb. 24, S. 72) hochreichende Hoch H_2 sollte jedoch dynamischen Ursprungs sein und daher eher kinetische in verfügbare potentielle Energie umsetzen. Als "warm" kann H_2 jedoch nur bezüglich T' gelten, nicht jedoch bezüglich der Abweichung T'' vom Flächenmittel, denn H_2 liegt nördlicher als H_3 . Das aus der Abweichung T' berechnete Umwandlungsfeld c_E (Abb. 48, S. 101) zeigt dementsprechend, daß die nordwestliche Ausbuchtung des negativen Umwandlungszentrums c radikal zurückgegangen ist. Die entsprechenden filteranalytischen Felder (Abb. 64, S. 132, 133) verdeutlichen diesen Effekt. Im Spektralband II sind tatsächlich positive, wenn auch schwache Umwandlungen in verfügbare potentielle Energie durch das Hoch H_2 zu finden. Im Spektralband III zeigt das gröberskalige Hoch H_3 keine Ausbuchtung des negativen c_E - Feldes mehr nach Nordwesten.

Im Bereich des Hochs H_2 findet fast kein Energietransfer vom oder zum zonalen Grundstrom statt. Die Abb. 52 (S. 109) bzw. 54 (S. 112) zeigen hier keine wesentlichen Werte von t_A oder t_K . Da zu beiden Transferarten großturbulente Meridionaltransporte gehören, ist dies schon durch das Verschwinden der Komponente v_y' in der Nähe des Längengrades 90 E zu erklären (Abb. 35, S. 87). Hier ist der Wind überhaupt sehr gering, wie auch aus den Darstellungen zur kinetischen Energie hervorgeht (Abb. 42 und 43, S. 97). Östlich von 90 E sind dort, wo das Hoch H_3 liegt, nach Süden gerichtete großturbulente Komponenten v_y' vorhanden. Dies zeigt sich im k_E - Feld (Abb. 43) und im t_A - Feld (Abb. 52), nicht jedoch im t_K - Feld (Abb. 54).

Notwendig für ein t_A - Zentrum bzw. für ein t_K - Zentrum sind neben v_y' auch nicht verschwindende Feldwerte von T' bzw. von v_x' , da dies im wesentlichen die meridional zu transportierenden Größen sind. Diese Bedingung ist für den Transfer t_K bei 110 E / 50 N nicht erfüllt, denn hier liegt eine Nulllinie des v_x' - Feldes (Abb. 58, S. 117). Das negative

t_A - Zentrum dagegen im Bereich der Antizyklone H_3 wird also von der starken Kaltluft ($T' < 0$) mitbedingt, welche auch für das starke a_E - Zentrum (Abb. 38) verantwortlich ist. Das Kältehoch H_3 liegt ja auch auf der Vorderseite des mächtigen Höhentrog bei 120 E (vergl. die 500 mb - Karte Abb. 24, S. 72), so daß kalte Luft nach Süden (in Richtung des meridionalen Temperaturgradienten) geführt wird, und dies bewirkt den Transfer $t_A < 0$ von zonaler nach großturbulenter verfügbarer potentieller Energie.

Die gleichen Verhältnisse werden besonders interessant dargestellt durch das ϕ - Feld und das T - Feld (Abb. 26 und 27, S. 75 und 76). In den Schichten 400, 600 und 800 mb zeigt sich der eben angesprochene Trog östlich von 90 E sowohl im Höhenfeld als auch im Temperaturfeld. Die Trogachse liegt im Höhenfeld bei 135 E, im Temperaturfeld jedoch bei 120 E. Durch diese Phasenverzögerung der Temperaturwelle gegenüber der Druckwelle entstehen barokline Verhältnisse. Die Südströmung auf der Trogrückseite gelangt in den Kaltluftbereich und verursacht so den beschriebenen Wärmetransport und den Transfer t_A von verfügbarer potentieller Energie. Ein Transfer t_K von kinetischer Energie muß mit diesem Mechanismus nicht verknüpft sein, da der mit t_A verbundene großturbulente meridionale Drehimpulstransport ein barotroper Prozeß ist.

Die Zyklone T_6 (Bezeichnung nach Abb. 25, S. 73)

Wenn die Höhenwelle und die Temperaturwelle östlich von 90 E die gleichen Wellenlängen hätten, dann würde die Phasenverschiebung zwischen ihnen an der Vorderseite des Troges zu einem Transport von Warmluft nach Norden führen, der für das Vorzeichen von t_A die gleiche Bedeutung hat wie der Kaltluftvorstoß nach Süden auf der Rückseite. Ein entsprechendes Zentrum $t_A < 0$ bei 140 E ist in Abb. 52 (S. 109) nicht zu finden, denn die Temperaturwelle ist länger als die Geopotentialwelle. Der Kältetrog wird nach Osten hin "verlängert" durch die kalte sehr hochreichende Zyklone T_6 . Daher führt die Vorderseite des Höhentroges sogar Kaltluft nach Norden, wodurch Umwandlungen $t_A > 0$ von großturbulenter in zonale verfügbare potentielle Energie bei 140 E / 45 N (Abb. 52) verursacht werden.

Die Zyklone T_6 befindet sich genau auf der linken Seite des Deltas des

Strahlstromes, welcher den Trog südlich begrenzt. Wie z.B. REITER (1961) ausführlich beschrieben hat, sind auf der linken Seite des Deltas eines Strahlstromes die besten Bedingungen für die Entwicklung und Aufrechterhaltung dynamischer Tiefdruckgebiete gegeben, da hier starke Höhendifferenzen auftreten und da so die kalte Luft nach oben gepumpt wird. Die so verursachten starken Vertikalbewegungen sind in Abb. 28 (S. 77) oder auch in Abb. 25 selbst wiedergegeben. Die Divergenzfelder im Strahlstromniveau sind zwar nicht berechnet worden, jedoch geben die ageostrophischen Windkomponenten (Abb. 31, S. 80,81), besonders die δv_n - Komponente im 150 und 250 mb - Niveau, einen deutlichen Hinweis auf ihre Existenz (der geostrophische Wind ist quasi divergenzfrei!).

Entsprechend dem durch das Strahlstromdelta dynamisch erzwungenen Heben von kalter Luft zeigt das c - Feld (Abb. 47, S. 101) und das c_E - Feld (Abb. 48) die stärksten überhaupt vorkommenden Umwandlungen von kinetischer in verfügbare potentielle Energie, $c > 0$ und $c_E > 0$. Auch in den Spektralbändern II und III (Abb. 64b und c, S. 132,133) ist der Bereich der Zyklone T_6 mit positiven c_E - Werten belegt. Im Spektralband I kehrt sich das Vorzeichen jedoch um. Abb. 56 und 57 (S. 115 und 116) zeigen, daß in 400 mb nicht etwa ω' , sondern daß T' das Vorzeichen gewechselt hat. Dem sehr großräumigen asiatischen Kältegebiet (vergl. die Vergrößerung der Fläche mit $T' < 0$ beim Fortschreiten von I $\rightarrow$ IV) sind also kleinskalige Temperaturfelder von anderer Struktur überlagert. Daß dies kein Zufallsergebnis der Filteranalyse ist, erkennt man an dem Verlauf der zu T_6 gehörenden Kaltfront, welche gemäß der in Abb. 23b angewendeten Symbolik auch in der Höhe vorhanden sein soll. Es ist anzunehmen, daß die Konsistenz der Lage der Fronten mit der Feldstruktur der Temperaturschwankungen im Spektralband I in den niedrigeren Schichten noch besser ist als im hier dargestellten 400 mb - Niveau. Tatsächlich liegt das kleine negative Zentrum des Vertikalintegrals von c_E im Spektralband I genau an der Okklusion der zu T_6 gehörenden Front. Diesen in das großräumige asiatische Kältegebiet eingelagerten Effekt des Hebens warmer Luft hat die Filteranalyse erst sichtbar gemacht.

Die Antizyklone H_9 (Bezeichnung nach Abb. 25, S. 73)

Die Antizyklone H_9 befindet sich auf der linken Seite des Einzugsgebietes des atlantischen Strahlstromes, welcher gemäß Abb. 42 (S. 97) mit die

größten Werte von kinetischer Energie dieses Termines aufweist. Auch im Einzugsgebiet eines Strahlstromes treten ageostrophische Winde auf. Hier sind es nach Abb.31 (S. 80,81) die stärksten überhaupt.

Durch die ageostrophischen Winde wird auf der linken, kalten Seite eines Strahlstromeinzugsgebietes ein starkes Höhenkonvergenzfeld erzeugt, welches wieder wie eine dynamische Pumpe wirkt. Diesmal wird jedoch, im Gegensatz zur kalten Seite des Deltas, die Luft nach unten gepumpt. So ist die Existenz der äußerst starken Absinkbewegungen des Hochs H_9 bei $90^\circ \text{W} / 45^\circ \text{N}$ (Abb. 25, S. 73 oder Abb. 28, S. 77) zu erklären. Dennoch wurde H_9 in Kap. 5.1 und 5.33 nicht als dynamisch, sondern als thermisch klassifiziert: Im Gegensatz zum kalten Deltagebiet wirkt im kalten Einzugsgebiet der Pumpeneffekt des Strahlstromes der thermischen Zirkulation nicht entgegen, sondern er verstärkt sie noch. Daher zeigen Abb. 47 und 48 (S. 101) auch sehr starke Umsetzungen von verfügbarer potentieller in kinetische Energie an. Besonders interessant ist es, dieses Zentrum in der dreidimensionalen Darstellung des scaleangepaßten Spektralbandes I+II vertikal zu verfolgen (Abb. 66, S. 135). Der Betrag der Energieumsetzung $c_E < 0$ ist im quasi divergenzfreien 600 mb - Niveau am bedeutendsten, er nimmt darüber jedoch schnell ab. In der Höhe 200 mb ist sogar $c_E > 0$, in 150 mb jedoch wieder schwach negativ.

Dieses Verhalten wird durch Abb. 27 und 28 (S. 76 und 77) vollständig erklärt. Über dem Kältegebiet des Hochs H_9 , genau in den Höhen 250 und 150 mb, haben sich kompensierende Wärmeinseln ausgebildet (Abb. 27). Die Vertikalgeschwindigkeit wechselt aber erst in 150 mb ihr Vorzeichen (Abb. 28). Daher hat das Korrelationsprodukt $\omega'T$ in 150 mb das gleiche negative Vorzeichen wie in 400 mb und darunter, nur im 250 mb - Niveau kehrt es sich um. In dieser Höhe ist ja auch der Strahlstrom am stärksten und damit auch die Konvergenz im Einzugsgebiet. Die "Konvergenzpumpe" verfrachtet also die Luft von dieser Höhe ausgehend sowohl nach oben als auch nach unten, wobei jedoch die Vertikalgeschwindigkeiten nach oben geringer sind. Das liegt daran, daß die große statische Stabilität der Stratosphäre Vertikalbewegungen behindert.

Zur Interpretation der übrigen mit H_9 verknüpften energetischen Felder sei auf die schon mehrfach angewendete Methode der Rückführung auf die synoptische Lage über die in Kap. 5.21 und 5.31 dargestellten Schwankungsfelder verwiesen.

5.5 Zur zeitlichen Entwicklung bis zum 19.12.1971 00 GMT

Zum Schluß des Ergebnisteiles dieser Arbeit sollen noch einige exemplarische Diskussionen geführt werden zum Zusammenhang der energetischen Felder mit der zeitlichen Entwicklung der synoptischen Situation. Zu diesem Zwecke sind in Abb. 73 und 74 die Bodenkarte und die 500 mb - Höhenkarte des DWD für den 19.12. 1971 00 GMT dargestellt. Die entsprechenden Karten für den Vortag 00 GMT finden sich in Abb. 23a und 24 (S. 70 und 72). Für den Zeitpunkt 06 GMT der energetischen Diagnose zeigen die



Abb. 73 Bodenkarte vom 19.12.1971 00 GMT (DWD)

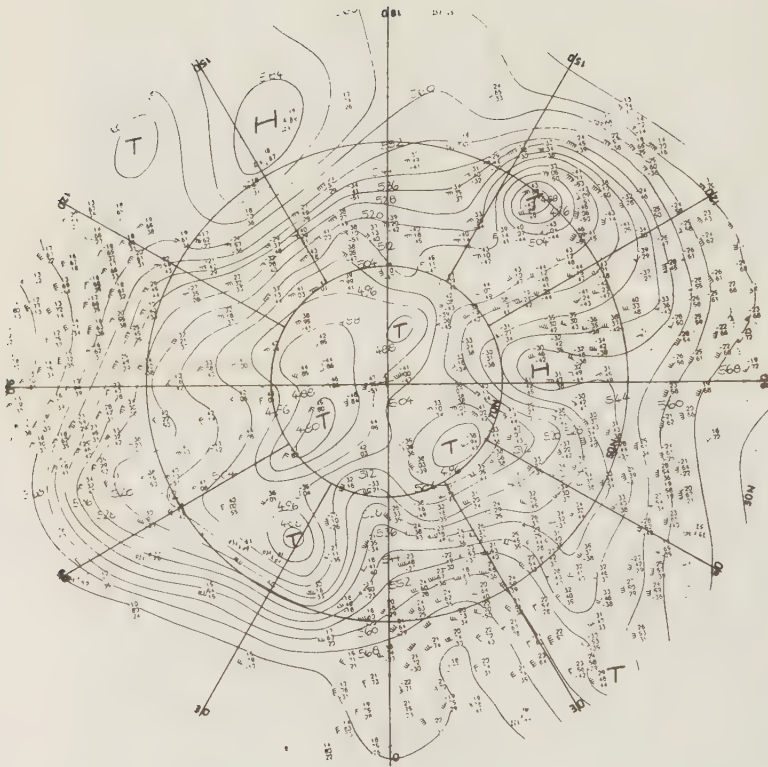
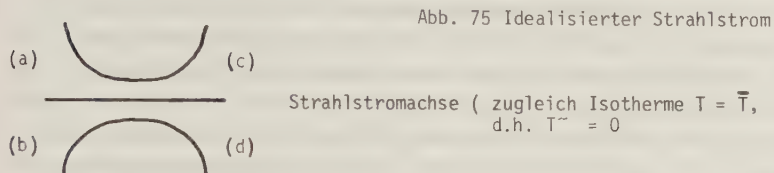


Abb. 74 500 mb - Höhenkarte vom 19.12.1971 00 GMT (DWD)

Karten in Abb. 25 und 26 (S. 73 und 75) die Boden- und Höhenverhältnisse. Vergleicht man die beiden 500 mb - Karten, so sieht man, daß sich die beiden im vorigen Kapitel diskutierten Strahlströme über dem Atlantik und über Asien nach Osten verlagert haben. Im Deltagebiet beider Strahlströme hat also eine Gradientverstärkung und im Einzugsbereich eine Gradientauffächerung stattgefunden. Der im vorigen Kapitel beschriebene und durch einige Zentren der Energieumwandlungen belegte Pumpeneffekt an den Enden des Strahlstromes sorgt selbst für diese Ostverlage-

rung des ganzen Systems. Um dies zu zeigen und um das im vorigen Kapitel gegebene Bild zu vervollständigen, sei hier eine schematisierende Skizze eingefügt (Abb. 75).



Im Idealfall findet man in den Gebieten (a), (b), (c), (d) folgende Verhältnisse der Troposphäre:

(a) : $T^{\sim} < 0$, $\omega > 0$ wegen Konvergenz im Strahlstromniveau

(b) : $T^{\sim} > 0$, $\omega < 0$ wegen Divergenz im Strahlstromniveau

(c) : $T^{\sim} < 0$, $\omega < 0$ wegen Divergenz im Strahlstromniveau

(d) : $T^{\sim} > 0$, $\omega > 0$ wegen Konvergenz im Strahlstromniveau

$T^{\sim}$ und ω haben also im Einzugsbereich (a), (b) des Strahlstroms ein verschiedenes Vorzeichen und im Delta (c), (d) das gleiche Vorzeichen, also

Einzugsgebiet (a), (b) : $c < 0$

Delta (c), (d) : $c > 0$

In beiden Bereichen wird durch den Pumpeneffekt eine dynamische Querzirkulation in Gang gesetzt, welche im Einzugsgebiet die thermische Querzirkulation unterstützt und im Delta überkompensiert. Die direkte Zirkulation im Einzugsgebiet löst aber den Vorrat an verfügbarer potentieller Energie ($c < 0$!) und damit auch den horizontalen Temperatur- und Druckgradienten auf. Im Delta wird verfügbare potentielle Energie aufgebaut ($c > 0$!), und damit natürlich auch ein meridionaler Temperaturgegensatz und Isohypsengradient.

So wäre das in den Geopotentialfeldern der Abb. 24 und 74 zu findende Wandern der Strahlströme nach Osten schon durch die in der Skizze dargestellten idealisierten Verhältnisse zu verstehen. Es ist nun zu untersuchen, inwieweit die realen Verhältnisse den hier gemachten Voraus-

setzungen entsprechen. Die Verlagerung der Strahlströme läßt sich durch das c - Feld (Abb. 47, S. 101) ja nur dann prognostizieren, wenn die Strahlstromachse auch wirklich mit der Isotherme $T = \bar{T}$ übereinstimmt oder in dessen Nähe ist. In Abb. 32 (S. 84) ist diese Isotherme für das 400 mb - Niveau bereits gezeichnet worden, sie ist in Abb. 76 erneut dargestellt. Zusätzlich sind aus Abb. 26c (S. 75) die Achsen der wichtigsten Strahlströme in dieser Höhe ermittelt worden. Ihre Lage stimmt gut überein mit der Lage der Maxima der vertikal integrierten Beiträge k zur kinetischen Energie (Abb. 42, S. 97). Darüberhinaus sind aus Abb. 47 (S. 101) die Zentren des c - Feldes in den Einzugsgebieten und Deltas übernommen und mit + oder - gekennzeichnet.

Offenbar stimmt im allgemeinen die Lage der Strahlstromachsen recht gut mit der Lage der Isotherme $T = \bar{T}$ überein. Die nach Abb. 75 zu fordernde Lage positiver oder negativer Energieumwandlungen c relativ zur Jetachse ist am atlantischen Strahlstrom in geradezu idealer Weise erfüllt. Beim asiatischen und pazifischen Strahlstrom findet man die zu fordernden Zentren nur auf der nördlichen Seite.

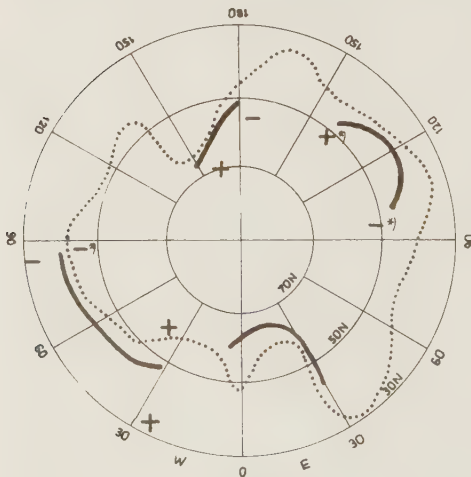


Abb. 76 18.12.71-6z
400 mb-Niveau
Relative Lage der Isotherme $T = \bar{T}$ zu den Strahlstromachsen und den Umwandlungszentren c in den Einzugsbereichen und Deltas.
..... Isotherme $T = \bar{T}$
— Strahlstromachse
+ , - Zentren des c-Feldes von Abb. 47, S. 101
*) In Kap. 5.4 diskutierte Zentren

Für den asiatischen Strahlstrom liegt der Grund darin, daß die Isotherme $T = \bar{T}$ doch recht weit vom Windmaximum entfernt ist, so daß die Südseite des Strahlstroms nicht als warm im Sinne von $T'' > 0$ gelten kann.

Beim bisher noch nicht diskutierten pazifischen Strahlstrom liegt der Grund darin, daß die für Einzugs- und Deltagebiete typische Geometrie der Isohypsen nur auf der Nordseite ausgebildet ist. Aber auch bei solchen "einseitigen" Verhältnissen reicht ein $c < 0$ im Einzugsgebiet und ein $c > 0$ im Delta aus, um als prognostischer Hinweis für die Ostverlagerung dieser Gebilde zu dienen, denn auch der pazifische Strahlstrom verlagert sich (Abb. 24, Abb. 74).

Der nur schwach ausgeprägte europäische Strahlstrom dagegen hat sich kaum verlagert. Er liegt auch in einem Gebiet, in dem Abb. 47 sehr wenig Energieumwandlungen c anzeigt.

Der hier beschriebene Mechanismus der Wanderung der Strahlströme im Bilde der Energieumwandlungen c ist natürlich nur ein Vorgang innerhalb eines komplexen energetischen Gesamtgeschehens. Die Diskussion ist ja auch nur mit Hilfe eines der vielen hier berechneten energetischen Felder geführt worden. Würde man in Gedanken den durch das c - Feld bewirkten Vorgang isoliert immer weiter laufen lassen, so käme man zu dem paradoxen Ergebnis, daß sich der Strahlstrom im Isohypsenbild zwar immer weiter nach Osten verlagern würde, daß aber die kinetische Energie nicht mitwandern würde. Die Gradientverstärkung der Isohypsen im Delta findet ja (im "isolierten c - Bild") gerade auf Kosten der kinetischen Energie statt.

Selbstverständlich wird sich ein Teil der hier aufgebauten verfügbaren potentiellen Energie auch wieder in kinetische Energie umwandeln müssen, so daß eine phasenverzögerte Wanderung des Strahlstroms auch im Bilde des Isotachenfeldes zu beobachten sein müßte. Einen Hinweis liefert der "ideale" Strahlstrom über dem Atlantik. Schon Abb. 47 (S. 101) zeigt zwischen den beiden diskutierten stark positiven c - Zentren des Deltas ein schwächeres negatives Zentrum. Hier wird also schon wieder kinetische Energie erzeugt. Im großturbulenten Scale (Abb. 48) sowie in den Spektralbereichen I, II und III (Abb. 64, S. 132,133) ist dieses Zentrum we-

sentlich markanter. Das ist leicht einzusehen, denn die Geometrie des Deltas, welches sich nach Osten verlagert, erfordert kinetische Energie durch meridionale Strömungen.

In eine vollständige Diskussion müßten jedoch die Transferterme und die hier nicht berechneten Energieflußterme einbezogen werden. Dennoch zeigt sich die am 18.12.1971 06 GMT bei 30 W / 50 N entstehende großturbulente kinetische Energie (Abb. 48) in den synoptischen Karten des 19.12. 1971 00 GMT, und zwar sowohl in der Höhenkarte (Abb. 74) als auch in der Bodenkarte (Abb. 73). Die Höhenkarte weist bei 15 W (also etwas stromabwärts) eine vorher nicht vorhandene starke Meridionalströmung auf, und die kinetische Energie in der mächtigen Sturmzyklone T_{15} (Abb. 25) hat sich noch einmal verstärkt, obwohl sie schon am Vortag sehr stark und weitgehend okkludiert war.

Durch Vergleich der Bodenkarten beider Tage erkennt man, daß sich die Wellenstörung T_{14} zu einer ausgewachsenen Zyklone entwickelt hat. Diese Zyklogenese ist mit einem bedeutenden Gewinn von großturbulenter kinetischer Energie in der Nähe des Längengrades 60 W am südlichen Rand der Horizontalarstellungen verbunden. Abb. 48 (S. 101) zeigt auch ein Zentrum $c_E < 0$ bei 68 W / 35 N. Verglichen mit den anderen Zentren dieser Darstellung ist es jedoch nur schwach. Das liegt daran, daß ein so kleinskaliges Phänomen wie eine beginnende Wellenstörung schlecht repräsentiert wird in einer Darstellung, die alle Scales berücksichtigt. Daher hat auch in der filteranalytischen Darstellung im Spektralband I (Abb. 64a, S. 132) das Zentrum $c_E < 0$, welches der Welle T_{14} zugeordnet ist, gegenüber den anderen Zentren wesentlich an Gewicht gewonnen.

Daß die Zyklogenese kein barotroper Prozeß ist, verdeutlicht das Feld des Transfers t_K (Abb. 54, S. 112). Die in der Welle T_{14} entstehende großturbulente kinetische Energie kann nicht aus dem Reservoir von zonaler kinetischer Energie kommen, denn Abb. 54 weist für ihren Bereich sogar einen kräftigen Energietransfer in den zonalen Scale auf. Hätte man nur die großturbulenten Gesamtfelder Abb. 47 und Abb. 54 zur Verfügung, so käme man zu dem unbefriedigenden Ergebnis, daß im Bereich der Zyklogenese mehr großturbulente in zonale kinetische Energie überführt wird als aus der großturbulenten verfügbaren potentiellen Energie baroklin gewonnen wird.

Extrahiert man jedoch mit Hilfe der Filteranalyse den Scale (Spektalband I) dieser baroklinen Welle (Abb. 64a, S. 132 und Abb. 70a, S. 146), so ist der barokline Gewinn von großturbulenter kinetischer Energie weit aus größer als der barotrope Verlust.

6. KRITIK UND AUSBLICK

Die Grundlage der energetischen Diagnosen dieser Arbeit wird gebildet vom Lorenzischen Energiezyklus, in dem mit Hilfe von zonalen Mittelwertbildungen der Grundfelder eine Aufspaltung der Energieformen und Energieumsetzungen in Zonal- und Eddyterme erreicht wurde. Die zonale Mittelung kann aufgefaßt werden als eine extreme Tiefpaßfilterung, da sie jegliche Schwankung längs eines Breitenkreises eliminiert. Das Filterintervall ist dabei identisch mit dem Breitenkreis selbst, so daß es sich um eine extrem anisotrope Filterung handelt. Diese Anisotropie des Filters ist natürlich sehr zweckmäßig, da sie der Anisotropie angepaßt ist, welche durch das meridionale Temperaturgefälle mit allen Auswirkungen auf die Energetik physikalisch vorgegeben ist.

In den als Abweichung vom zonalen Mittelwert definierten großturbulenten Schwankungen sind nun bei einer weiteren filteranalytischen Scaletrennung Richtungsbeeinflussungen zu vermeiden. Es sind deshalb für diese Scaletrennung zweidimensionale, möglichst isotrope numerische Filter verwendet worden. Die so vorgenommene formale Spektralbandaufspaltung entspricht weitgehend einer Trennung der meteorologischen Phänomene, für die es aufgrund ihrer "verschiedenen Physik" auch eigene Modelle und Theorien gibt (nicht hochreichende Zyklonenwellen, hochreichende Druckgebilde und barokline Wellen, barotrope Wellen). So konnte eine Spezifizierung der großturbulenten Eddyterme des Lorenzischen Energiezyklus erreicht werden, d.h. die Umwandlungen zwischen kinetischer und verfügbarer potentieller Energie sowie die Transferwechselwirkung zwischen dem zonalen und dem großturbulenten Scale konnte für die ausgewählten Spektralbereiche getrennt untersucht werden.

Die Möglichkeit, Energietransfers zwischen verschiedenen Spektralbereichen der Bandaufspaltung zu berechnen, ist im Rahmen der hier angewendeten Methode nicht möglich. Der Grund hierfür liegt darin, daß von der Lorenzischen Definition des Grundzustandes für die verfügbare potentielle Energie nicht abgegangen wurde. Für die verfügbare potentielle Energie hatte die Filteranalyse in dieser Arbeit nur den Zweck, die baroklinen Strukturen nach ihrer räumlichen Ausdehnung in Spektralklassen

einzuteilen. Allen Scalebereichen wird das gleiche Ausgleichsbestreben zum Lorenzischen zonal-homogenen Grundzustand unterstellt.

Die Zonalmittelung im Lorenz - Konzept dagegen hat für die verfügbare potentielle Energie eine doppelte Bedeutung. Erstens sollen durch sie die Temperaturschwankungen auf gleichen Breitenkreisen von der meridionalen Temperaturschwankung getrennt werden. Das entspricht genau der Scaletrennung barokliner Strukturen durch die Filteranalyse. Zweitens wird durch die Zonalmittelung für das Ausgleichsbestreben der Temperaturschwankungen T' (welche durch die Zonalmittelung erst definiert werden können) ein eigener zonal-homogener Referenzzustand geschaffen. So wurde eine neue Energieform, die großturbulente verfügbare potentielle Energie, überhaupt erst definiert. Die verfügbare potentielle Energie selbst ist vom Prinzip her seit MARGULES (1903) bekannt, sie orientiert sich ja nicht am zonal-homogenen, sondern am horizontal-homogenen Grundzustand.

Hier soll nun der Vorschlag gemacht werden, in logischer Weiterführung des Lorenzischen Konzeptes eine "spektrale verfügbare potentielle Energie" einzuführen. Diese verfügbare potentielle Energie wäre dadurch definiert, daß man die Filteranalyse nicht nur zur spektralen Aufspaltung der großturbulenten Grundfelder benutzt (wie in der vorliegenden Arbeit geschehen), sondern darüber hinaus auch zur Definition neuer Referenzzustände der Atmosphäre für die verfügbare potentielle Energie. Dies könnte in analoger Weise geschehen, in der die Lorenzsche Zonalmittelung (= anisotrope extreme Tiefpaßfilterung) die Margulessche zur zonalen und großturbulenten verfügbaren potentiellen Energie differenziert hat.

Dieses Verfahren wäre darüber hinaus eine logische Weiterführung der Definition der "verfügbaren potentiellen Energie der Stürme" nach JOHNSON (1970) und damit eine Verknüpfung seine Methode mit der von Lorenz. Johnson schlägt ebenfalls vor, vom horizontal-homogenen Referenzzustand abzugehen, jedoch nicht durch Bildung von Zonalmittelwerten zur Definition eines zonal-homogenen Referenzzustandes, sondern durch Bildung von Flächenmittlungen innerhalb von Teilbereichen der Atmosphäre. Auf diese Weise erhält jeder Teilbereich seinen eigenen Referenzzustand. Die kinetische Energie, die beim Übergang einer baro-

klinen Struktur in den horizontal-homogenen Zustand des Teilbereiches frei wird, nennt Johnson "barokline verfügbare potentielle Energie". Johnson stellt fest, daß die Summe der baroklinen verfügbaren potentiellen Energien über alle Teilbereiche der Atmosphäre geringer ist als die "alte" verfügbare potentielle Energie. Das liegt daran, daß der Johnsonsche Referenzzustand mit den im allgemeinen unterschiedlichen Flächenmitteltemperaturen der Teilbereiche wieder einen Vorrat von verfügbarer potentieller Energie relativ zum globalen homogenen Zustand repräsentiert. Diesen Vorrat von verfügbarer potentieller Energie im größeren Scale nennt Johnson (vielleicht etwas unglücklich) "barotrope verfügbare potentielle Energie".

Um die Beziehung der "baroklinen verfügbaren potentiellen Energie" und der "barotropen verfügbaren potentiellen Energie" zur hier vorgeschlagenen "spektralen verfügbaren potentiellen Energie" zu verdeutlichen, sind im Schemabild Abb. 77 die eben geschilderten Verhältnisse in eindimensionaler Übertragung veranschaulicht. Die Treppenkurve in Abb. 77a kennzeichnet den Referenzzustand für die "barokline verfügbare potentielle Energie", und sie ist gleichzeitig der Ausgangszustand für die "barotrope verfügbare potentielle Energie". In Abb. 77b ist die Treppenkurve durch eine Kurve ersetzt, die durch Tiefpaßfilterung der Ausgangskurve gewonnen wurde entsprechend dem Vorschlag, Referenzzustände durch numerische Filterungen zu definieren.

Beiden Konzepten liegt die plausible Vorstellung zugrunde, daß Bestrebungen zum Horizontalausgleich barokliner Strukturen in der Atmosphäre zwar vorhanden sind, daß das Ausgleichsbestreben aber zunächst auf den engeren Bereich um die Störung herum beschränkt ist. Das folgt schon aus der endlichen Geschwindigkeit aller Energieflüsse. Das Ausgleichsbestreben zeigt sich also zunächst nicht so sehr im Anstreben eines globalen horizontal-homogenen oder auch zonal-homogenen Referenzzustandes (gerade in diesem Punkt hat das Konzept der verfügbaren potentiellen Energie bisher viel Kritik erfahren), sondern eines tiefpaßgefilterten Referenzzustandes.

Auch die Flächenmittelung in Teilbereichen nach Johnson kann als Tief-

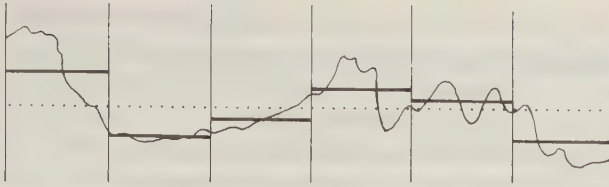


Abb. 77a



Abb. 77b

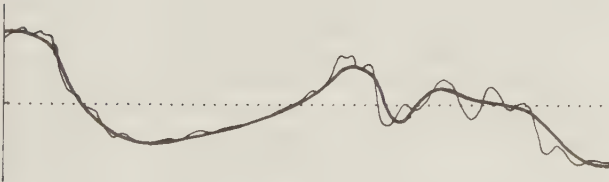


Abb. 77c

Abb. 77 Zur Definition verschiedener Referenzzustände für die verfügbare potentielle Energie.

— : aktueller Zustand

..... : horizontal-homogener Zustand

— (Abb.77a): Johnsons Referenzzustand für die "barokline verfügbare potentielle Energie"

(Abb.77b,c): Referenzzustände für die hier vorgeschlagene "spektrale verfügbare potentielle Energie"

paßfilterung aufgefaßt werden, bei der die zweidimensionale Gewichtsfunktion sich gerade über die Teilbereiche erstreckt. Sie gleitet zwar nicht über das zu filternde Feld, sondern sie bleibt abschnittsweise liegen, und ihre Filtergewichte entsprechen auch nicht den nach Gl. (83) durch eine Scalevorgabe berechneten Werten, sondern sie sind alle gleich. So entsteht der in Abb. 77a eingezeichnete unstetige Referenzzustand, welcher durch Ausgleichsbestrebungen barokliner Strukturen sicher weniger angestrebt wird als der stetige Referenzzustand nach Abb. 77b.

Abb. 77c zeigt einen anderen tiefpaßgefilterten Zustand. Natürlich ließen sich zwischen dem aktuellen Grundzustand und dem endgültigen globalen horizontal-homogenen Zustand noch mehrere Tiefpaßfilterungen unterschiedlicher Stärke einfügen, also Zustände unterschiedlicher Wellenlänge. Dann ist jeder tiefpaßgefilterte Zustand gleichzeitig Ausgangszustand für ein Ausgleichsbestreben zum nächst langwelligeren Zustand und Referenzzustand für das Ausgleichsbestreben des nächst kurzwelligeren Zustandes. So ließen sich auf diese Arbeit aufbauend auch die Transferterme zwischen den einzelnen Scales berechnen.

VERZEICHNIS DER ABBILDUNGEN

(Anmerkung: Bei allen meteorologischen Feldern ohne Terminangabe handelt es sich um den 18.12.1971 06 GMT)

	Seite
Abb. 1	Energieflußdiagramm zu Gleichung (39) 26
Abb. 2	Energieflußdiagramm zu Gleichung (48) 26
Abb. 3	Zweidimensionaler Dämpfungsvektor $\vec{h}$ und eindimensionale Basis 32
Abb. 4	Isolinien der Dämpfungsfunktion H 42
Abb. 5	Richtungsmittel $\vec{H}$ der Dämpfungsfunktion in Abhängigkeit von der Wellenzahl 43
Abb. 6	Richtungsmittel $\vec{H}$ der Dämpfungsfunktion in Abhängigkeit von der Wellenlänge 43
Abb. 7	Schema zur Verarbeitung der vom DWD über- sendeten Datenbänder 46
Abb. 8	Horizontale Gitterstruktur des DWD-Modells bei geraden Zeitschritten 47
Abb. 9	Vertikalstruktur des DWD-Modells und Druckflächen für die energetische Diagnose 48
Abb. 10	Zur Vertikalinterpolation der Temperatur 49
Abb. 11	Zur Horizontalinterpolation der Vertikal- geschwindigkeit 51
Abb. 12	Zur Beziehung zwischen den Windkomponenten v_x, v_y und v_ξ, v_η 53
Abb. 13	Zur Berechnung der Zonalmittelwerte 55
Abb. 14	25 - Punkte - Filterintervall im Gitter- netz des DWD-Modells 56
Abb. 15	21 - Punkte - Filterintervall mit verdoppel- tem Gitterabstand im Gitternetz des DWD-Modells 59
Abb. 16	T, 400 mb (Zebraanalyse) 60
Abb. 17	T, 400 mb, Tiefpaßfilterungen (Zebraanalyse) 61
Abb. 18	T, 400 mb, Tiefpaßfilterungen (Zebraanalyse unter Vernachlässigung jedes zweiten Gitter- punktes) 61
Abb. 19	T, 400 mb, Tiefpaßfilterungen. Gleiche Grenz- wellenlängen durch verschiedene 21 - Punkte - Filter (Zebraanalyse) 63
Abb. 20	T, 400 mb, Tiefpaßfilterung mit 25 - Punkte - Filter (Zebraanalyse) 63
Abb. 21	Richtungsmittel $\vec{H}$ der Filter, welche die Spektralbänder I, II, III, IV definieren 66
Abb. 22	Land-Meer-Verteilung der Nordhemisphäre bis 30 N 69

Abb. 23	Bodenkarten vom 18.12.1971 (00 GMT und 12 GMT)	70, 71
Abb. 24	500 mb - Höhenkarte vom 18.12.1971 00 GMT	72
Abb. 25	Kennzeichnung der Zyklonen und Antizyklo- nen. Bodenfronten und Zebraanalyse der Vertikalgeschwindigkeit im 600 mb - Niveau	73
Abb. 26	Φ in 5 Höhen, p_0 (Zebraanalyse)	75
Abb. 27	T in 5 Höhen (Zebraanalyse)	76
Abb. 28	ω in 5 Höhen (Zebraanalyse)	77
Abb. 29	v_x in 5 Höhen (Zebraanalyse)	78
Abb. 30	v_y in 5 Höhen (Zebraanalyse)	79
Abb. 31	$\delta v_\xi, \delta v_\eta$ in 5 Höhen (Zebraanalyse)	80, 81
Abb. 32	T, T' , 400 mb, $\bar{T}$ (Zebraanalyse)	84
Abb. 33	ω, ω' , 400 mb, $\bar{\omega}$ (Zebraanalyse)	85
Abb. 34	v_x, v'_x , 400 mb, $\bar{v}_x$ (Zebraanalyse)	86
Abb. 35	v_y, v'_y , 400 mb, $\bar{v}_y$ (Zebraanalyse)	87
Abb. 36	Zur mittleren Meridionalzirkulation	90
Abb. 37,38	a, a_E , Vertikalintegral	91
Abb. 39,40,41	$\bar{a}$, $\bar{a}_E$, a_Z , Vertikalschnitt	92
Abb. 42,43	k, k_E , Vertikalintegral	97
Abb. 44,45,46	$\bar{k}$, $\bar{k}_E$, k_Z , Vertikalschnitt	98
Abb. 47,48	c, c_E , Vertikalintegral	101
Abb. 49,50,51	$\bar{c}$, $\bar{c}_E$, c_Z , Vertikalschnitt	102
Abb. 52	t_A , Vertikalintegral	109
Abb. 53	$\bar{t}_A$, Vertikalschnitt	109
Abb. 54	t_K , Vertikalintegral	112
Abb. 55	$\bar{t}_K$, Vertikalschnitt	112
Abb. 56	T' , 400 mb, ungefiltert und in den Spektral- bändern I - IV (Zebraanalyse)	115
Abb. 57	ω' , 400 mb, ungefiltert und in den Spektral- bändern I - IV (Zebraanalyse)	116
Abb. 58	v'_x , 400 mb, ungefiltert und in den Spektral- bändern I - IV (Zebraanalyse)	117
Abb. 59	v'_y , 400 mb, ungefiltert und in den Spektral- bändern I - IV (Zebraanalyse)	118
Abb. 60	a_E , Vertikalintegral, Spektralbänder I - IV	120,121

Abb. 61	$\bar{a}_E$, Vertikalschnitt, Spektralbänder I,II,III+IV	122
Abb. 62	k_E , Vertikalintegral, Spektralbänder I - IV	123,124
Abb. 63	$\bar{k}_E$, Vertikalschnitt, Spektralbänder I,II,III+IV	125
Abb. 64	c_E , Vertikalintegral, Spektralbänder I - IV	132,133
Abb. 65	$\bar{c}_E$, Vertikalschnitt, Spektralbänder I,II,III+IV	134
Abb. 66	c_E in 5 Höhen, Spektralband I+II	135
Abb. 67	t_A , Vertikalintegral, Spektralbänder I - IV	140,141
Abb. 68	$\bar{t}_A$, Vertikalschnitt, Spektralbänder I,II,III+IV	142
Abb. 69	$\bar{t}_A$, Vertikalschnitt, Horizontal- und Vertikal- anteil	143
Abb. 70	t_K , Vertikalintegral, Spektralbänder I - IV	146,147
Abb. 71	$\bar{t}_K$, Vertikalschnitt, Spektralbänder I,II,III+IV	148
Abb. 72	$\bar{t}_K$, Vertikalschnitt, Horizontal- und Vertikal- anteil	149
Abb. 73	Bodenkarte vom 19.12.1971 00 GMT (DWD)	155
Abb. 74	500 mb - Höhenkarte vom 19.12.1971 00 GMT (DWD)	156
Abb. 75	Idealisierter Strahlstrom	157
Abb. 76	Das c - Feld zur Prognose der Strahlstromver- lagerung	158
Abb. 77	Zur Definition einer "spektralen verfügbaren potentiellen Energie"	165

LITERATURVERZEICHNIS

- BLECK,R.(1965): Lineare Approximationsmethoden zur Bestimmung ein- und zweidimensionaler numerischer Filter der dynamischen Meteorologie. Inst. Theor. Meteor. Univ. Berlin.
- BLUMHAGEN,L., KLINKER,E., ROSE,K., STRAUCH,P.(1972): Einrichtung des Prognoseprogrammes des DWD-Modells für den FU-Rechner (Skripte mit Hinweisen für Benutzer), Berlin.
- BLUMHAGEN,L.: FORTRAN-Programm zur Herstellung einer sogenannten Zebraanalyse auf dem Zeilendrucker, Berlin.
- DEFANT,A.(1921): Die Zirkulation der Atmosphäre in den gemäßigten Breiten der Erde, Geograf. Ann. 3, 209-266.
- DEFANT,A., DEFANT,F.(1958): Physikalische Dynamik der Atmosphäre, Frankfurt a.M.
- DEFANT,F., FECHNER,H., SPETH,P.(1972): Synoptik und Energetik der Hamburger Sturmflutwetterlage vom Februar 1962, Ber. Dt. Wetterd. Nr. 127, 1-85.
- DUTTON,J.A., JOHNSON,D.R.(1967): The Theory of Available Potential Energy and a Variational Approach to Atmospheric Energetics. Adv. Geophys. 12, 333-436.
- EDELMANN,W.(1968): Vom Analysenausgleich bis zur baroklinen Vorhersage. Deutscher Wetterdienst, Offenbach.
- FECHNER,H.(1970): Der Haushalt der kinetischen Energie für den atmosphärischen Raum über Nordatlantik und Europa bei ausgeprägter Westwind-drift und starker Zyklonenaktivität. Dissertation Uni Kiel.
- FECHNER,H.(1972): Die kinetische Energie und der Transfer zwischen zonaler und turbulenter kinetischer Energie der Hamburger Sturmflutwetterlage vom Februar 1962, Meteor. Rdsch. 25, 69-81.
- FORTAK,H.(1966-69): Vorlesungen über theoretische Meteorologie, Berlin.
- FORTAK,H.(1968a): Über einige mathematisch-physikalische Grundlagen der Theorie der allgemeinen Zirkulation. Berlin.
- FORTAK,H.(1968b): Die Methode der Filteranalyse in der atmosphärischen Energetik. Berlin.
- FORTAK,H.(1971): Meteorologie. Berlin-Darmstadt.
- JOHNSON,D.R.(1970): The Available Potential Energy of Storms. J. Atmos. Sci., Vol. 27, 727-741
- LANGE,H.J.(1973): Modelle zum Energiehaushalt der Atmosphäre (Zwischenbericht für die DFG, 41 Seiten), Berlin.
- LANGE,H.J.(1974): Übersicht über Methoden zur Untersuchung der energetischen Scale-Wechselwirkungen in der Atmosphäre. Meteorologische Abhandlungen, Bd. 109, Heft 4, Berlin.
- LANGE,H.J.(1975): Berechnung von Feldern der verfügbaren potentiellen Energie und ihrer Umwandlung in kinetische Energie aus dem baroklinen Hemisphärenmodell des Deutschen Wetterdienstes. Beitr. Phys. Atm. 28, 119-136.
- LORENZ,E.N.(1955): Available Potential Energy and the Maintenance of the General Circulation. Tellus 7, 157-167

- LORENZ, E.N. (1967): The Nature and Theory of the General Circulation of the Atmosphere. World Meteorological Organization, Genf.
- MARGULES, M. (1903): Über die Energie der Stürme. Jahrb. Zentralanst. Meteorologie 40, 1-26.
- v. MIEGHEM, J. (1973): Atmospheric Energetics. Oxford.
- MUENCH, H.S. (1965): On the Dynamics of the Winter-time Stratospheric Circulation. J. Atmos. Sci., Vol. 22, 349-360.
- OORT, A.H. (1964): On Estimates of the Atmospheric Energy Cycle. Mon. Wea. Rev. 92, No. 11, 483-493.
- REITER, E.R. (1961): Meteorologie der Strahlströme (Jet Streams), Vienna.
- REITER, E.R. (1969): Atmospheric Transport Processes. Part 1: Energy Transfers and Transformations. Springfield, Virginia.
- RIEHL, H., FULTZ, D. (1957): Jet Stream and Long Waves in a Steady Rotation-Dishpan Experiment, Structure of the Circulation. Quart. J. Roy. Meteorol. Soc., 83(356), 215-231; 84(360), 186-187.
- RIEHL, H., FULTZ, D. (1958): The General Circulation in a Steady Rotating-dishpan Experiment. Quart. J. Roy. Meteorol. Soc., 84(362), 389-417.
- SALTZMAN, B. (1957): Equations Governing the Energetics of the Larger Scales of Atmospheric Turbulence in the Domain of Wave Number. J. Met. 14, 513-523.
- SALTZMAN, B. (1970): Large Scale Atmospheric Energetics in the Wave Number Domain. Rev. Geoph. Space Phys. 8, 289-302.
- SMITH, P.J. (1969): On the contribution of a limited region to the global energy budget. Tellus 21, 202-207.
- SPEETH, P. (1969): Der Haushalt der verfügbaren potentiellen Energie für den atmosphärischen Raum über Nordatlantik und Europa bei ausgeprägter Westwinddrift und starker Zyklonenaktivität. Dissertation Uni Kiel.
- SPEETH, P. (1972a): Die verfügbare potentielle Energie und der Transfer zwischen zonaler und turbulenter verfügbarer potentieller Energie der Hamburger Sturmflutwetterlage vom Februar 1962. Beitr. Phys. Atm. 45, 121-147.
- SPEETH, P. (1972b): Die Umsetzung zwischen verfügbarer potentieller und kinetischer Energie der Hamburger Sturmflutwetterlage vom Februar 1962. Arch. Meteor. Geophys. Bioklimat. A 21, 45-74.
- STARR, V.P. (1966): Physics of Negative Viscosity Phenomena, McGraw-Hill Inc., New York.

Tabellarischer Lebenslauf

Geburtsdatum und Ort: 3. Juli 1941, Berlin

Eltern: Hildegard Lange, Hausfrau; Hans Wendschlag, Kaufmann

Ehefrau: Julia Lange, Dipl.-Meteorologin, seit 1970

Schulausbildung: 1948-1952 Volksschule Clausthal-Zellerfeld

1952-1958 Mittelschule Clausthal-Zellerfeld (Abschluß
mittlere Reife)

1958-1962 Robert-Koch-Oberschule Clausthal-Zellerfeld
(Abschluß Abitur)

Wehrdienst: 1962-1963 in der ABC-Truppe, Sonthofen

Studium: 1963-1971 Studium der Physik an der Freien Universität Berlin
(zwei Urlaubssemester wegen Erwerbstätigkeit)

Diplom-Vorprüfung Januar 1967

Diplom-Hauptprüfung Juni 1971

Tätigkeit: Seit August 1971 wissenschaftlicher Angestellter an der
Freien Universität Berlin im Fach theoretische Meteorologie



